something/someone which/who is the 'object' of measurement) become here crucially important.

As a matter of fact any kind of measurement requires a standard experimental condition in which observations are made and the system's parameters are adjusted. This standard condition is a fixed frame of reference, an 'observer' who (from that classical perspective) is supposed to be 'impartial' and 'external' to the system. 'Omnisciency' is often ascribed to him/her, so that all the outcomes that he/she regards as relevant to his/her enquiry are known beforehand. In these conditions the observer is also (supposed to be) able to entertain (deterministic and/or probabilistic) hypotheses about the occurence of such outcomes (one of which, stemming directly from the mechanicist influence upon the present-day vision, is based on the idea that whatever he/she is observing may be treated as a machine). As a further point, the 'system' which these outcomes are assumed to be 'expressions', i.e, the focus of the observer's attention (distinguished from the whole flux of events he/she is able to recognize due to some feature or property he/she deems relevant) is regarded as an 'impersonal entity' and unequivocally demarcated as an *it*, being in most cases divided into 'parts' (as 'emmitter'/'receiver', 'causative input'/'output effect', etc.). One of these parts, the so-called 'environment', is designed by the experimenter/external observer to react in a particular way to the 'object/it' under scrutinity; failing this the experimenter acts as though he/she were the environment. In these conditions, however, his/her actions have to obey a strict and predetermined set of rules. On the other hand, and apart from these interactions (usually represented in terms of 'independent' variables), all other fluctuactions (deemed irrelevant) are minimised; the idea here is to held the experimental conditions so that the experiment can be 'exactly' replicated again and again. Experiments are, finally, caried out in such a way that (if possible) only discrete variations of one independent variable and the observation of one or few (observed or 'dependent') variables are involved.

Let me apply these tenets to the situation which Fig.1 depicts. The picture comprises three main boxes dealing, respectively, with a real or experimental universe, an external observer and a modelling universe (for this observer). The experimental universe contains an 'experiment' (meaning any constructible and observable situation) in which, for the sake of brevity, the observer has made a distinction between a 'subject'/'organism' and a 'regulator' which, in this case, is a predefined (or programmed) 'environment'. This distintion organism/environment (the grounds of which are the same as those for making it in the modelling universe) is supposed to be held independently from the nature of subsequent observed interactions; the spatial boundaries there shown are, in a certain sense, a symbolic representations of this hypothesis. As a further assumption the observer is supposed to have a description of his/her model and a (possibly) imperfect description of the experiment. Obviously, the form and scope of these descriptions vary either from experiment to experiment or from observer to observer. But

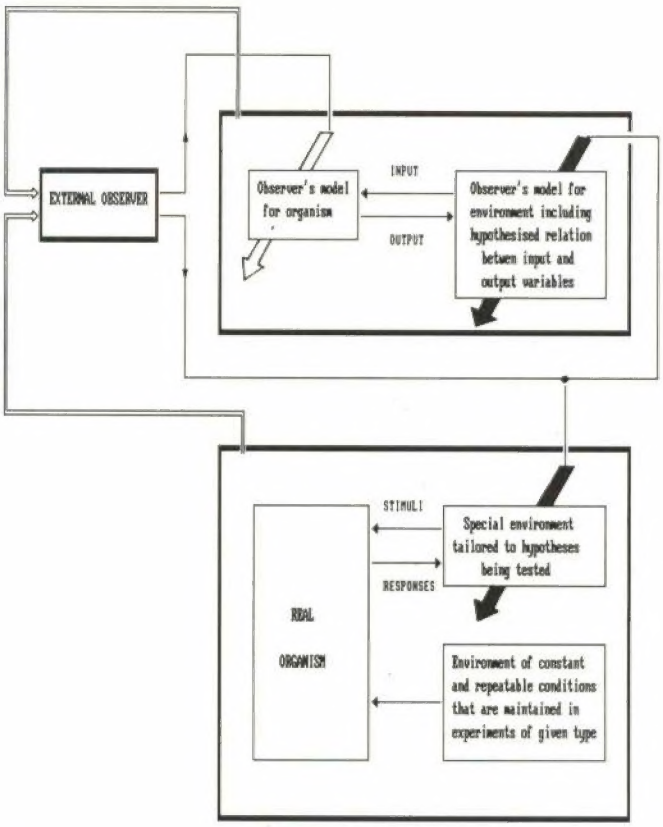

figure 1

whatever the experiment (or whoever the observer) may be, a mandatory requirement must be satisfied: the model shall be communicable to ther observers using some kind of 'observational language' L. This language becomes a metalanguage L* when the observer talks about models as a class and also when he/she talks about real strutures and laboratory experiments. To avoid particular and detailed descriptions (meaningless in this context) let us represent descriptions in general by the symbol ●.

As previously emphasized the observer is endowed with the capability of operating upon the models and/or experiments under scrutinity. An operation that is unrestricted (apart from the rules of the observational language) is represented by a filled-in parametric arrow penetrating whatever is operating upon. 'Tuning' or restricted operations (which symbolize adjusting parameters so that models fits the facts or adjusting an experimental desing so that it satisfies a model) are represented by a blank (parametric) arrow.

Let us imagine that the experimenter's objective seeks the construction of a 'theory' of what is going on in the interaction organism/environment. At this point I shall remind you (according to the present-day interpretation of the classical paradigm) that a theory, within which an observer can make inferences, is a metaphor which (in the case of Fig.1) asserts a strict analogy* between a relation coupling 'observer's model

* A standard **analogy** is a relation which, in the simplest case, takes the form 'A is to B as C is to D'. Let us assume for the sake of conciseness that A and B belongs to an universe of discourse, say U_x and C and D to another universe, say Uy. Let F and G be also two relations carrying elements such as A (or C) in its domain into elements B (or D) in its codomain. Thus, an analogy exists insofar as there is a relation between F (in U_x) and G (in U_y).

for the organism' with a further relation coupling 'real organism' with 'special environment'.

Tenure of this analogy is contingent upon its domain of interpretation which, ultimately, corresponds to an identification between the 'model universe' say U_x, and the 'experimental universe', say U_y; it holds if the metalinguistic statement "there is an identification between U_x and U_y" is (regarded as) true.

This identification (which, from the classical viewpoint, is usually obtained by specifying measurements and the like) is a stable condition in which the boundaries (or "boxes" in the particular case of Fig.1) that enclose 'model' and 'experiment' are supposed to retain their integrity and in which those in the 'model' are related to some or all of the 'experiment'. As a further, albeit mandatory, requirement variations which do not explicitly appear in the model are (assumed to be) 'constant conditions' in the experiment (the constants condition 'box' in Fig.1 has an unidirectional coupling directed to the organism). In other words, the material analogy underlying the theory has an universe in which these conditions are held constant as its domain of interpretation.

In Fig.1 (as well as in pratically all the situations in which a physical experiment or an *it* is involved) the external observer carries out two kind of operations. On the one hand, by means of unrestricted operations he/she poses and tests hypotheses (typically, as previously stressed, a causal hypothesis about the organism includes some relation between "input stimuli" and "output responses") which, if valid , allows him/her to make inferences within the teory. On the other, by means of 'tuning' operations, the observer can adjusts his/her model for the organism so that it can be identified under the measurement procedures he/she has at his/her disposal (which is tantamount to saying that 'tuning' secures the result of restricting the analogical universe in such a way that the analogy underlying the theory remains always strict). To this extent, contingent propositions may be (regarded as) true and the material analogy of the theory holds, in its proper domain of interpretation.

These aspects being clarified let us assume that the experimenter/observer has in mind to bring up a 'behaviour' (ultimately, a relation between the organism's 'responses' and the 'stimuli' to whish is being submitted). In order to achieve this goal (and according to the language of the classical paradigm) that part of the environment deemed relevant for the observer's purposes (the box labelled 'special environment to the hypotheses being tested') is suposed to act upon the organism in accordance with a predefined and rigid pattern. Since, however, this pattern is ultimately controlled by the experimenter, everything works as though the observer him/herself were causally acting upon the organism. This means that he/she will deliever stimuli or 'reinforces' (perhaps contingent upon previous events) according to some hypotheses and for each stimulus the observed events (outputs, responses or 'reactions') are described by the experimenter using the metalanguage L*. In order to enlarge his/her descriptions, the observer is still endowed (if desired and possible) with the capability of changing the environmental characteristis through the filled-in arrow previously referred to. Sometimes (as a further refinement) these transformations of the environments predefined pattern may be monitored by a sequential sampling system; but, in these conditions, the possible pattern must be known in advance (an hypothesis which stems directly from the assumptions on which the probabilistic calculus is based). Finally, the observer's experimental objectives are (supposed to be) achieved when a certain number (regarded as enough) of stimulus/responses or input/output data is reached, this in order to describe the organism (or, more correctly, a model of the organism) as a 'finite automaton' (in discrete mathematics) or by means of transfer functions or transfer matrices (always that such input/output relation are assumed to be continuously time-variable).

Two aspects of this representation are crucial for the further understanding of the perspective from which the classical framework looks upon interactions in general: the observer's choice of a description and the limited scope of his/her parametric operations. Between them they determine the (model of the) environment as a finite-state automaton, a result which (together with what was asserted about the proper model of the organism as another automaton) lead to some further results.

On the one hand, the interaction organism/environment becomes, thenceforth, interpreted in terms of an exchange of symbols in a 'formal language'. Despite its agreement with automata theory and mathematical psycholinguistics, this 'language' is, however, a syntatic entity only, never a language in its ordinary sense (in which, together with a syntax, a semantic and a pragmatics have also to be taken into account). As a further consequence of this exclusion of semantics and pragmatics, the models of the organism and of the environment may be equivalently regarded as abstract automata (for accepting/generating strings of symbols) whose 'internal states' are the 'non-terminal' symbols of the formal language used and whose 'structures' can also be regarded as 'formal grammars'. On the other hand, looking upon the system from the outside and depicting symbols or symbol-string occurences, the external observer becomes (theoretically, at least) able to construct contingency tables and/or to tabulate combinations of stimuli and responses. Next, by forming ratios of the frequencies according to which the combination of events occur, he may also estimate events probabilities, conjoint event probabilities and so forth. Briefly, he may build up the desired 'theory' of what is going on - this if the 'organism' under examination is, for example, a mouse, a pigeon or a reflex subsystem of a man. However, if the object of the observer's analysis is no longer an *it* but the human *qua sentient* being (say, a psychological entity where

* (cont'd) Analogies are named "strict" if this relation is either an isomorphism (one-to-one correspondence) or a homomorphism (many-to-one relation, preserving correspondence). But if F and G holds only in part of the analogical universe (specified by an indefinite sequence of properties P_x of U_x and P_y of U_y) then the analogy is said to be 'locally strict at a given instant" (though it may become strict in further instants).

everything emphasized about mentation has really to be considered) the construction of such a theory based upon the premises of the classical paradigm faces enormous and, even, unsurmountable difficulties. Because directly linked with the endeavoured extension of that paradigm to human psychology the following aspects are especially poignant.

Firstly, it is clear that the meaning of such terms as 'stimulus', 'parameters', 'responses', and so forth (derived from the language of physiology and behavioural psychology) becomes very strained when the mind's functioning is altogether considered. Not only because there are situations clearly out of court (starvation, for example, in terms of psychological work at least) but also because what really happens when this type of human interactions is involved (in which the existence of an experimenter or 'agent' and of an experiencing being or 'patient' is implicitly subsumed) is that the experimenter issues instructions in the belief that they will induce in the 'under experiment' human being an appropriate 'mental set'. The trouble is that these instructions establish constancy (if they do so at all) not because they are imposed like a physiological constraint but - and this is the crucial aspect - because they are *interpreted, understood* and *accepted*. Because of this, instruction giving and instruction accepting are outside the scope of the classical paradigm; they belong to a normative framework rather than to functional situations bounded by conditions the experimenter is able to set up independently from the experiencing being.

Although related to this criticism, the second aspect deepens (from a slightly different perspective) the automata theoretical approach which the fixed description that the classical paradigm underlies is the contemporary version. As I previously emphasized this fixed description determines the input and output states of the automata which organism and environment are supposed to be. But if this result is added to the experimenter's parametric restrictions another conclusion may be stressed out: that the environment's internal states cannot be changed as a consequence of any act (like attending to something new) that the 'organism' might perform outside the limits of the initial description. In these conditions it is therefore possible to apply to the interactive scheme of Fig.1 the argument of Heinz Von Foester, who demonstrates that any behavioural sequence in that representation is, in some way, predetermined. In this sense the proposition "the coupled system organism/environment undergoes adaptation" becomes a pure tautology; the system must do so unless the entire paradigm is misapplied (for instance, because some condition is not held constant as required by that framework). In consequence, all modes of adaptation are predictable and none of them can justify (for example) not only attention, evolution or learning but also that crucial (and dynamic) feature of real human interactions of which the existence of 'autonomous' (or 'operant') responses is the foremost externalized expression. For the classical observer these responses must, usually, be minimised (because 'irrelevant' for his/her confined purposes); however, dealing with human *qua sentient* beings they, willy nilly, exist and the regulating/unregulating process they underly is a matter which, albeit hardly explicable from the pure classical approach, has factually to be taken into account.

The third of the aforementioned difficulties comes up with this mention to operant responses. As a matter of fact, since such responses are commonly referred to other than 'non-external' sources of stimulation, then the (paradigmatic) distintion between 'objective' and 'subjective' as well as of its cognate emphasis upon 'objectivity' alone are both placed in a rather awkward position. Let me justify this assertion from a more detailed perspective.

When applied to the classical experimenter/observer, 'objectivity' usually underlies two further assumptions. On the one hand, he/she is (assumed to be) 'specialized' in some area, i.e he/she aims the discovery of the 'invariant truth' about the activity or behaviour of a particular type of system; this in such a way that no personal idiosyncrasy is expected to influence his/her judgements. As such, this specialized observer must, on the other hand, use a specific 'reference frame', i.e, a body of knowledge in which statements are related to a common, albeit 'scientific', language; this reference frame determines the kind of enquiry that he/she regards as relevant and, consequently, the set of physical attributes (variables, parameters and so forth together with their numerical values) that he/she must select in order to achieve his/her previous objectives. However, even in the realm of physical systems, this apparently cogent picture conceals criticisms. Hypothetical complex systems are hardly related to their observed activities/behaviours and in simpler system the specialized observer is always limited by the number of states he/she can usefully distinguish in any experiment (which, putting the matter differently, is tantamount to saying that the experimenter is generally 'uncertain' about the activities of his/her hypothesized system). One of processes used for decreasing this uncertainty, consists in the replication of experiments, each of which validates only a sub-system of the hypothetical system he/she assumes to exist. But, even in these conditions, the observer has to assimilate results, a fact which will imply, in turn, that the experimental observations must be not only comparable (remember what was asserted about the 'constant conditions' of organism and environment in the situation depicted in Fig.1) but (if this is the case) also transformed according to the composition rules which the (chosen) reference frame presupposes.

Distinct interpretations of the (hypothetical) system under scrutinity in the light of its activities/behaviours are therefore possible whenever some of the following situations occur (others will not be referred to here): the chosen reference frame or its composition rules are changed for any reason whatever (history of sciences is, for instance, a good example of these changes), the attributes deemed relevant in different frames are either not-measurable in a physical sense (which, to a great extent, is the situation where thinking, as mind activity, is involved) or, if measurable, prove to be incomparable

(which implies that results from experiments in these frames are not assimilable and, consequently, that the 'language' used varies from observer to observer, raises severe ambiguities or, even, engenders different types of 'truths').

If these comments are added to what was asserted about the 'constancy of conditions' in organism and environment ('automous responses' included) then it is almost needless to remark how these situations beset not only the distinction between 'hard' and 'soft' sciences I have been mooting so far but also the question concerning real and free (syntatic/pragmatic) interactions amongst human beings - especially when one of them (or both) bear(s) in mind the interpretation (and further understanding) of the others ultimate thought processes.

3 Summary

Humanistic systems (treated by 'soft' disciplines such as sociology, psychology, education, anthropology, etc.) deal with a host of puzzling questions hard to overcome by means of the mental framework which, since the 50's in special, has ruled the broad mainstream of science. One of the major features of this way of thinking (which, for short, was named 'classical paradigm') as well as of the (cognate) factors underlying its limitations in the analysis of such humanistic system were briefly surveyed in the foregoing considerations. Amongst them especial emphasis was laid on the widely extent belief (consonant with that classical paradigm) which looks upon the human being not as *qua sentient* entity but rather as an *it* (in reality as a finite-state machine) whose behaviour (individually or socially taken) is (supposed to be) described in the syntatic (albeit semantically and pragmatically neutral) language either of 'stimuli'/'response' (physiology or pshychological behaviourism) or of 'input'/output' (General Systems Theory). From the major criticisms which this point of view begets, the emphasis laid on cognitive processes alone, with exclusion of (pratically) everything related to what human beings have of subjective, idiosyncratic and distinctive, the scanty identification of 'thinking' with (a rather restrictive notion of) 'reasoning' (based on the timeless and supposedely 'generaly shared laws' of classical logic), the strained meaning which terms such as those of 'input'/'stimulus' and 'output'/ 'response' (the former in particular) acquire when applied to the human mind's functioning (altogether considered), the exclusion (because deemed irrelevant) of 'autonomous responses' and the features ascribed to the (classical) 'external observer' ('objectivity', 'omnisciency' and so forth) were (some) of the aspects more closely examined. Especial relevance was laid on all the situations in which any social interation is involved (even in the most 'exact', 'scientific', discussions). This because each one of the interlocutors engaged in such a conversation have always to interpret, understand and (partially, at least) accept the others' utterances - a situation which does not pertain to the classical paradigm but, rather, to normative and relativistic frameworks.

The analysys of these frameworks as well as of the matters they deal with will be develved in the following monograph.

References

[1] Freud S., *The Future of an Illusion*, Pelican Freud Library, **XII**

[2] Freud S., *Civilization and its Discontents*, Pelican Freud Library, **XII**

[3] Cartwright T., Systems Theory and Social Organization: A Special Case of the General Theory, *Progress in Cybernetics and Systems Research*, **IV**, 1978

[4] Klabbers J., The Process of Model Building and Analysis of Social Systems, *Progress in Cybernetics and Systems Research*, **V**, 1980

[5] Coppeli C., Lepschy A., Milo S., A Tentative Model of the Dynamic Behaviours of Society, *Progress in Cybernetics and Systems Research*, **X**, 1990

[6] Breitenecker F., Frotschnig A., Kopacek P., Simulation Methods in Peace and Conflict Research, *Progress in Cybernetics and Systems Research*, **X**, 1990

[7] Stakermann R., One Only Shall Be the Ruler, One Only the King, *Progress in Cybernetics and Systems Research*, **X**, 1990

[8] Kile F., Global Modelling Questions and Challenges for the 1990s. *Progress in Cybernetics and Systems Research*, **X**, 1990

[9] Pask G., *The Cybernetics of Human Learning and Performance - A Guide to Theory and Research, Hutchinson Educational*, 1975

[10] Pask G., The Natural History of Networks, *Proceedings of the International Congress on Self Organizing Systems*, 1975

[11] Pask G., *Conversation, Cognition and Learning*, Elsevier, 1976

[12] Thomson R., *The Psychology of Thinking*, Pelican Books, 1975

[13] Izard C., Kagan J., Zajonc R., *Emotions, Cognition and Behavior*, Cambridge University Press, 1990

[14] Martins, P. R., *Science as a Growing System* , Phd Thesis, Brunel University.

A New Perspective in Thermodynamics: The Energy-Entropy Principle

Rodrigo de Abreu

Centro de Electrodinâmica, Instituto Superior Técnico, UTL.

RESUMO

Neste artigo, através da crítica da visão paradigmática da termodinâmica, pretende-se evidenciar uma nova perspectiva que se adquiriu nesta matéria. A generalização da conceptualização cinética de calor (calor como energia interna) permite a generalização do postulado de Kelvin: "É impossível, sem outro efeito, converter energia interna em trabalho" (não se refere calor ou reservatório de calor).

ABSTRACT

In this paper, through a criticism of the paradigmatic view of thermodynamics, we aim at showing a new perspective attained in this matter. The generalization of heat as internal energy (generalization of the kinetic energy concept of heat) permits the generalization of the Kelvin postulate: "It is impossible, without another effect, to convert internal energy into work" (no reference to heat or to a heat reservoir).

Introduction

The conceptual foundations of thermodynamics present subtle and interesting difficulties. The conceptual works of Caratheodory [1] and Callendar [2] are good examples of that at the beginning of the XX century. A more recent work defines the generalized view that has survived to this day - the interesting and well known book of E. Fermi, Thermodynamics [3]. We call that view the paradigmatic view of thermodynamics. In this paper the method to introduce and explain the new approach proposed is related to the above mentioned book in so far as its fundamental concepts are criticized and the book can therefore be regarded as a paradigm, although with interesting peculiarities. (In the text we refer to Fermi's book as (F.p.x), giving the number of the page x). In this sense we are not going to criticize especially E. Fermi's book but the paradigmatic physical approach of the middle XX century. This has the obvious advantage of making it easier to pass from that view to the new approach proposed, with simultaneous corroboration. The use of a well known book with physical interpretations, like Fermi's, permits to achieve this goal. In fact, Fermi sacrifices the logic consistency of the phenomenological view to the obvious interpretation emerging from the kinetic view.

In point 1 it is questioned if thermodynamics is an autonomous physical domain supported by the heat concept. This is a fundamental question because between two equilibrium points the existence or non existence of heat is dependent on the concept of heat in association with the concept of System [4]. In fact we can separate the energy interaction terms into a work term (gravitational potentional energy change or equivalent) and an internal energy (Heat I) variation term. The energy exchange between two parts of the system may be classified as heat exchange (Heat II). This heat (exchange) is not equivalent to the classification of the internal energy term as heat. We can have an exchange between work and internal energy and we can say that the internal energy of the system increases by a quantity equal to the work energy term - the work is transformed into heat. The heat exchange between two subsystems (Heat II) is not equal, of course, to the internal energy increase of each one of the subsystems because of the existence of the work term.

If we use the word heat as internal energy (Heat I) it is possible to generalize the ordinary enunciations of the "Second" Principle of Thermodynamics and also eliminate the essencial character apparently permitted by the "First" Principle of Thermodynamics.

The use of the word heat has been recently (once again) proposed for the quantity entropy (Heat III) [5]. If we use the word heat for the internal energy we have most of the properties pointed out by H. Fuchs [5] with no need to affirm that we have a heat increase in a free expansion of a gas and the word heat can obviously be used in the energetic sense emerging from the fundamental work of Joule [6].

Terminological conflicts are also in the origin of the mistake pointed out in 2 and called the paradigmatic error of Thermodynamics.

In 2.1 we begin by analising the confusion between the concept of quasi-static transformation and reversible transformation.

In 2.2 we clarify the notion of work and, particulary, the notion of work for a reversible transformation.

In 2.3 the problems analysed in 2.1 and 2.2 are related to the energy conservation principle and the concepts of heat - the meaning of the "First" Principle of Thermodynamics is analysed and three examples of the

Original submetido para publicação em 8 de Março de 1991

conceptual difficulties emerging from the paradigmatic view are refered to at 2.3.1, 2.3.2 and 2.3.3.

In 2.3.1 the meanings of specific heats are related to Energy Conservation Principle avoiding the paradigmatic error.

Since the concept of temperature can be derived from energy and entropy [7] and related to the ideal gas [8, 9], it is possible to consider temperature a derived and not essential concept and also eliminate the tautological association between the Kelvin temperature and the ideal gas absolute temperature. This is refered to in 2.3.2 and developed in the article of reference [25].

In 2.3.3 we relate the notion of adiabatic transformation to the entropy variation and to the "First" Principle.

In 2.3.4 we deal in detail with the meanings of heat and propose the use of the word heat as internal energy. For a transformation in contact with a heat reservoir the heat exchange (Heat II) corresponds to the heat variation of the reservoir (Heat I). The essential and general character apparently given by the formal expression of the 1st Principle to the quantity dQ, different from the internal energy, is eliminated. In fact, the use of the formal expression of the first principle together with the confusion between the concept of quasi-static transformation and reversible transformation originates the paradigmatic error analysed at 2 and leads to another "subtle error" considered in another article and refered to in 2.3.

In 3 a new perspective is acquired for the "Second" Principle from the internal energy conceptualization of heat. In fact the entropy concept can be derived from the equilibrium tendency [10] and from the asymmetric heat variation [11]. Instead of a 1st and a 2nd Principle we propose an energy-entropy principle [11].

In 4 the energy-entropy principle is interpreted microscopically in a straightforward and covenient way.

In the text the words system and subsystem are used. The System is the ensemble of all subsystems that intervene at the transformation. This being so, the transformation is always adiabatic for the system. Therefore, for the system, it is tautological to say that the transformation is adiabatic [4].

1 What is Thermodynamics?

In the introduction of his book Fermi tries to define the thermodynamics domain as the domain of heat. Curiously and paradoxically, this introduction displays the ordinary criticism to Carnot's conceptualization of heat. This generalized criticism is paradoxical because, as is well known and accepted, Carnot's work is the origin of the essential concept of thermodynamics - the entropy concept (see Appendix).

As we will see, the phenomenological interpretation of heat is apparently inconsistent with other interpretations (the kinetic energy interpretation or the generalization of it - the internal energy interpretation proposed).

Although Fermi considers thermodynamics (F.p.15) a heat science, in this introduction he says that thermodynamics may be considered a special branch of mechanics [10], the statistical mechanics (F.p.IX). Then if we think that thermodynamics has a non mechanical concept, like heat, as Fermi claims, the paradox is evident. This false conflict between mechanics and thermodynamics, if accepted, as it is still accepted today together with other and convenient confusions, makes thermodynamics an apparently mysterious physical subject. The mystery however, can be avoided.

2 The Paradigmatic Error

2.1 The confusion between the concept of quasi-static transformation and reversible transformation

One of the basic concepts of thermodynamics is the concept of reversible transformation as a transformation with intermediate equilibrium points (F.p.4). This conceptualization is the origin of what we call the paradigmatic error [12, 13]. One example is enough to characterize the problem. In fact if we idealize a free expansion of a gas with intermediate equilibrium points [14], it is impossible to make the gas return to its initial condition. This being so, the transformation satisfies the equilibrium condition but nevertheless it is impossible for the gas to return to the initial state - the transformation is irreversible. However, if we consider a system composed of the gas and a thermal reservoir, we can apparently have a return to the initial state (after free expansion the gas is compressed and forced back to the initial conditions) as long as the thermal reservoir is big enough to hide the impossibility for the actual system (subsystem gas + subsystem reservoir) to return to the initial state (only in the limit when the mass of the reservoir is infinite can the gas return to the initial state but even in this case the reservoir itself cannot) because the energy of the reservoir is altered. Although the gas, after free expansion, has returned to its initial state due to the compression in contact with the thermal reservoir, this reservoir retained the energy corresponding to the work done during the compression. The reservoir may obviously exchange energy with another subsystem and return to its initial state. But the new system in contact with the reservoir will, also obviously, be prevented from returning to its initial state, unless it enters into contact with another subsystem. And so on and on (see fig. 1).

For the system (association of subsystems) the transformation is irreversible because the system will never be able to go back to its initial state. Because of what has been said, it is essential to distinguish between the whole (System) and the parts (subsystems). In the text the word system is used in this global sense, not in the common, currently used sense, of subsystem (the word System, with capital S, has been used to call attention to this). Only if the exterior force is equal to the interior force and does a work [15, 16] (with an energetic meaning) permitting the return to the initial conditions do we have, of course, a reversible transformation (see 2.2).

To affirm the quasi-static conditions is not enough to define the reversible condition.

2.2 The work expression for a reversible transformation

The energy principle and the tendency to equilibrium permits to write the expression (F.p.11)

$$W = \Delta U \tag{1}$$

where W is the work (associated with the rise or fall of a weight) [17, 18] and ΔU is the System internal energy change between two equilibrium points (Fermi used for work the symbol L and the sign convention is such that $L=-W$).

For a reversible transformation we can write $dW=-pdV$ where dW is the infinitesimal work and p and dV are the equilibrium pressure and the infinitesimal volume change. In this case, and only in this case, can we write

$$dW = -p\,dV = dU. \tag{2}$$

Actually, the internal energy is also an entropy function ($U=U(V,S)$) [11]. Then

$$dU=\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV+\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS. \tag{3}$$

So

$$dU = -p\,dV+T\,dS \tag{4}$$

where $T=(\partial U/\partial S)_V$ is the Kelvin temperature and p and S are respectively the pressure and the entropy.

For a reversible transformation the infinitesimal entropy change of the System is zero ($dS=0$).

If we have an infinitesimal irreversible change

$$dU = -p\,dV+T\,dS \tag{5}$$

with $dS>0$, then

$$dW = dU = -p\,dV+T\,dS$$

and

$$dW \neq -p\,dV.$$

For an irreversible infinitesimal change the work is not equal to $-pdV$.

The paradigmatic error is to write $dW=-p\,dV$ for all quasi-static transformations. Only for the reversible transformations this is correct. Formally, of course, we can write $dW=-pdV$ but if we insist on calling this expression the work term we are comitting what we call the paradigmatic error [12, 13].

2.3 The "First" Principle of Thermodynamics

Fermi (F.p.4) gives to the reversible transformation the quasi-static definition (see 2.1). Only for the reversible transformation, as we saw (2.2), is the work term expressed by $-pdV$. This is a source of confusion because we have an expression and an operational means to calculate $W=\int -pdV$, a term which does not generally correspond to the energetic work.

In chapter 2 (F.p.11), Fermi says that the First Principle is essentially the energy conservation principle for "thermodynamic systems". If the 1st Principle is only the energy conservation principle there is no problem. But this is not so if the 1st Principle introduces a new quantity dQ. In fact Fermi begins by introducing the internal energy concept for "mechanical systems", as he says (F.p.13). For "mechanical systems" he concludes that $W=\Delta U$ and he notes that the existence of energy imposes that W (the work term) be independent from the trajectory (F.p.12). But in two pages (F.p.14) he says that this is not so because he thinks that thermodynamics belongs to a non-mechanical domain characterized by the heat exchange dQ (F.p.14 and F.p.15). (The exact sense of the word system has been previously explained in order to avoid such classifications, i.e., mechanical and thermodynamical. In this way, System corresponds to what Fermi designates as "mechanical system", and subsystem to what he designates as "thermodynamical system").

If we have a System with a great number of particles we can have a tendency to equilibrium if we change the exterior conditions [10]. Then we can write between two equilibriums points

$$W = \Delta U = \Delta U_i+\Delta U_e \tag{7}$$

for a System composed of the subsystems i (interior) plus a thermal reservoir (subsystem e (exterior)).

Of course we can also write

$$\Delta U_i = W+Q \tag{8}$$

and have

$$Q = -\Delta U_e. \tag{9}$$

Curiously enough Fermi (F.p.29) also uses the word heat in the sense of internal energy and this is the good terminology proposed. In fact if we aim at analysing with generality the means of work generalising the concepts acquired at simple "mechanical" situations, we have difficulties. For variable mass systems the force conceptualization as $f=dp/dt$ and the formal use of the 1st Principle doesn't permit an universal interpretation of the quantities involved [19, 20]. For subsystems in interaction through a movable wall, the separation of the energy interaction and the use of the First Principle, have originated "subtle errors" [21-24]. We shall therefore use quantity Q only in the sense of energy exchanged with a heat reservoir ($Q=-\Delta U_e$). If we want to continue with quantities with physical meaning we have to be careful (see 2.3.4).

2.3.1 The meaning of the specific heats

Fermi (F.p.20) writes for an infinitesimal transformation introducing the specific heats C_p and C_V

$$dU - dW = dQ \tag{10}$$

and

$$dU + p\,dV = dQ. \tag{11}$$

Eq. (11) is not correct for quasi-static irreversible transformations ($dW=-pdV$ for reversible transformations only). We can change the state of a simple System and write for an irreversible transformation

$$dU = -p\,dV + T\,dS = dW.$$

If $dV=0$

$$dU = T\,dS = dW = C_V\,dT \tag{12}$$

and therefore

$$C_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{dW}{dT}. \quad (13)$$

We can say that C_V is the energy needed to obtain a unit temperature change for constant volume.

If P_{ext} (exterior pressure) is constant then we have

$$dU = -p\,dV + T\,dS = dW = dW' + dW'' = \\ = C_p\,dT + (-P_{ext}\,dV) \quad (14)$$

For $P_{ext} = p$ (p is the constant pressure at any equilibrium point),

$$C_p\,dT = T\,dS = dW'. \quad (15)$$

Then

$$C_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right) = \frac{dW'}{dT} \quad (16)$$

corresponding to the energy necessary to raise the temperature by a unit at constant pressure.

The experimental methods to determine C_p and C_V are, in most cases, conceived by measuring a work term. Of course this energy can be measured with calorimetric methods and in this case corresponds to an exchange $dQ = -dU_e$. But here we emphasize that the measurements of C_p and C_V are made in physical conditions that are associated with energy measurement changes of the exterior subsystem (dU_e) or a work term dW. Of course for the calorimetric methods these quantities can be associated with a heat exchange under such conditions the heat exchange has a clear physical meaning..

2.3.2 The concept of temperature derived from energy and entropy and the ideal gas

If we introduce the temperature concept from energy and entropy we obtain $T = (\partial U/\partial S)_V$.

For an "ideal gas" Fermi introduces the energy dependence exclusively on temperature from an inexistent experiment (curiously enough Fermi says (F.p.22) that the temperature change is small for the Joule experiment !) and uses this condition to identify the Kelvin temperature ($T = \partial U/\partial S$) with the ideal gas absolute temperature ($pV = N\ K\ A$; A is the absolute temperature). This is tautological, as Fermi says (F.p.62), and can be avoided, but here only the problem is referred to [25, 26].

2.3.3 Adiabatic transformations

On page 25 Fermi affirms that an adiabatic transformation is a reversible transformation for a thermally isolated system ($dQ = 0$). But if we are not careful we can commit the paradigmatic error. In fact, if we write

$$dU = dW + dQ$$

with $dQ = 0$ (adiabatic condition - without heat exchange (Heat II)), and if we also write

$$dU = -p\,dV + T\,dS$$

we commit the paradigmatic error if we identify

$$dW = -p\,dV \quad (17)$$

and

$$dQ = T\,dS. \quad (18)$$

The adiabatic condition $dQ = 0$ only imposes $dS = 0$ for a reversible transformation (note that we are not saying that Fermi commits the error of affirming that an adiabatic transformation is equivalent to a reversible adiabatic transformation, because here, on page 25, Fermi clearly says that he uses the word adiabatic as reversible adiabatic).

Fermi (F.p.26) uses the equation pV^k imposing the adiabatic "reversible" (quasi-static) condition on the expansion of an atmospheric mass gas. He affirms the poor thermal conductivity for the air but says nothing about the reversible condition. He commits the paradigmatic error as he confuses reversible with quasi-static.

An isentropic transformation ($dS = 0$) for a gas with state equation $p = a\ u$ (a is a constant and u is the energy density) satisfies the equation pV^{a+1} constant. For a non relativistic monoatomic gas $a = 2/3$ (for a photon gas $a = 1/3$). For normal (p, T) condition this gas approaches the classical Maxwell-Boltzman behaviour and satisfies an equation $pV = BT$ with B constant. We have a classical ideal gas (the photon gas exists together with the classical gas, also satisfying an equation $pV = BT$ but B is not constant) [25, 26].

For an ideal gas ($p = a\ u$) [8,25], $dS = 0$ implies $pV^{a+1} = constant$ [25]. For an adiabatic irreversible transformation at constant exterior pressure (equal to the interior final pressure) between two equilibrium points, the pressure and volume for the initial and final points can be fitted by an equation $pV^{\delta} = constant$ with $\delta \geq a + 1$.

If the final pressure p_2 is not too different from the initial pressure p_1 ($p_2 \simeq p_1$), then $\delta \simeq a + 1$.

Nevertheless the paradigmatic error is committed for the reason that the equation for the irreversible adiabatic equation is pV^{δ} for the two points and not $pV^{a+1} = constant$ for all the points ($dS = 0$). Although for the reason previously stated, i.e., the proximity of points 1 and 2, δ value is approximately $a + 1$.

2.3.4. Two meanings of Heat

On pg. 29,31 and 56 Fermi astonishingly uses the word heat in a different sense from that he carefully defines on pg. 17 without explicitly making the distinction between these senses. He continues to use the word heat only. This is another source of confusion. In fact, on pg. 56 Fermi explicitly affirms the production of heat by friction ("since the heat comes from work and not from another part of the system..."). The origin of this mistake is the fluidlike conceptualization of heat (if water (H_2O) passes from one reservoir to another, the chemical properties in the passage are still those associated with H_2O and the mass of H_2O is also conserved but if, for instance, the water runs a mill, the water energy is not conserved, Even for a fluid there are properties that cannot be conserved - see Appendix). The "heat exchange" (Heat II) between two subsystems is not equivalent to the subsystems heat variation - the energetic conceptualization of heat doesn't permit a fluidlike character for heat. In this sense we must avoid the terminology heat exchange (in the sense of

indestructible substance with intrinsic attributes as H_2O has) but we can use the expression in the sense of energy exchange between two subsystems in special conditions.

This being so, we propose the following nomenclature. The word heat is used as synonymous with internal energy. We can only have equality for the energy exchange between two subsystems and the internal energy change of the subsystems if there is no work. But as we had seen, when there exists work we can identify dQ with dU_e. Then, also in that situation (contact with a heat reservoir), we can think in terms of internal energy change of the exterior subsystem (the heat reservoir). This being so, we can say that we have "heat exchange" (Heat II) when we are describing an energetic exchange between subsystems and one of these subsystems is a "source of heat", and heat variation (Heat I variation) when we refer to the internal energy variation. The heat variation of the heat reservoir is equal to the heat exchange (with minus sign), the Heat I variation of the heat reservoir is equal to Heat II!

A rigorous and general description of the dynamical energy change is attained by the energy impulsion conservation principle but in special situations we can use with physical meaning the expressions $dW = dU + dU_e = dU - dQ$ and use the word heat in the sense I and II (in the sense of internal energy of the "system" and in the sense of internal energy variation of the heat reservoir). This clear physical interpretation led us to the energy-entropy principle considered below.

3 The "fractal-like" character of the energy-entropy principle - the generalization of Kelvin postulate

Fermi (F.p.30) gives one of the traditional enunciations of the "second" principle of thermodynamics the Kelvin enunciation:

"It is impossible, without another effect, to convert heat, extracted from a heat source into work".

Fermi (F.p.29) says that work can be transformed into heat but the reciprocal is not true. When he explains that "a body can always be heated by friction receiving a quantity of heat (Heat I variation) equalizing the work done, he is clearly using the word heat with a different meaning from that he had previously and carefully constructed (F.p.17) and (F.p.56). He uses the word heat with meaning I, in the sense of internal energy.

We can generalize the Kelvin postulate affirming that it is impossible to transform internal energy into work without other effects (no reference to heat or a heat reservoir). The Kelvin postulate is a particular case of this because it affirms that it is impossible to convert the internal energy of a heat reservoir into work without another effect.

As an exemple, consider a gas in a cylinder with a movable piston. It is possible to transform the heat of the gas (Heat I) into work by increasing the volume. But if the volume returns to the initial value, then the internal energy is bigger or equal to the initial value (the equal value corresponds, of course, to the reversible transformation). For the same volume there is work transformed into heat. As a consequence of this the internal energy cannot be a function of volume. Therefore we can introduce the entropy variable (see eq. (19)) (Note that $p = -(\partial U/\partial V)_S$ and $T = (\partial U/\partial S)_V$ are derived from $U = U(V,S)$ - through the Legendre transformations) [7, 11, 25, 26].

It is intersting to note that if we have an hypothetical natural source of "movable cylinder-piston-gas apparatus" (the evolution after the big-bang has originated such things...) then we can lift weights (we assume, of course, that the natural initial condition of the gas inside the cylinder has a pressure bigger than the atmospheric pressure) and with these weights at a higher level we can construct a hot source which is continually renewed by the "movable cylinder-piston--gas apparatus" (this is analogous to the burn of a fossil combustible). Or with this apparatus it is possible to obtain electrical energy (for example) without constructing a hot source, as we do in an internal combustion engine. In this sense it is not true that two heat reservoirs are necessary to produce work[27, 28] because initially we have only one temperature.

For a system we must conclude the following:

The transformation of internal energy into work is impossible without other alterations (obviously different from internal energy variation, or derived quantities!). We can say that only transformations with increasing entropy are possible (in fact this affirmation is derived from the previous enuntiation). But as we had seen, we have generalized it we can transform heat for all the processes corresponding to an increase of entropy (of course, for a heat reservoir it is impossible to transform the reservoir internal energy into work without other effects and this being so, beginning with only one temperature, a transformation with increasing entropy is necessary to have a global positive work). It should be noted that the previous statements cause energy to be a function of volume and of entropy [11]. And since there can only be transformation of work into internal energy for the same volume, entropy variation should have only one sign (the positive sign was chosen). Therefore it is clear that a Carnot Cycle with global zero entropy variation does not contradict the previous affirmation because we must have an irreversible process to "renew" the heat reservoir. But in a more restrictive way we can say that only processes without negative entropy variation are possible.

This corresponds to what we propose to call the energy-entropy principle:

The internal energy is a function of entropy satisfying the following relation:

$$U(V, S_2) \geq U(V, S_1). \tag{19}$$

The reversible transformation corresponds to $dS = 0$. We can chose $(\partial U/\partial S) > 0$. Then, $dS > 0$. If so, $S_2 > S_1$. In fact for a System with

$$U = U(V, S), \quad dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV + \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS = dW.$$

For a reversible transformation

$$dW = -p\, dV.$$

Then

$$-p\,dV=\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV+\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS$$

and

$$dS = 0.$$

Then

$$p = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S.$$

Since $dU \geq 0$ for V equal to the initial value

$$dU = T\,dS \geq 0 \qquad \left(T=\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V\right)$$

and if $T>0$, then $dS>0$.

The entropy variation has two terms. A term associated with the volume, $P/T\,dV$, and the term dU/T. When $dV = 0$, $dU \geq 0$ and $dU<0$ only if $dV<0$. (The microscopic interpretation considers these two terms in phase space (see point 4)).

Finally we note the "fractal-like" character of the energy-entropy principle. To obtain work we must transform internal energy in order to return locally to the initial conditions. Then because this is impossible only for global entropy increasing processes, we necessarily have a subsystem having an entropy increase and for a finite system it is impossible to have the "machine" (a subsystem) return to its initial condition. If locally (where the machine is working) we have entropy levels no longer allowing the existence of the process, then we have to construct a new machine (a new process) permitting the decrease of the local entropy.

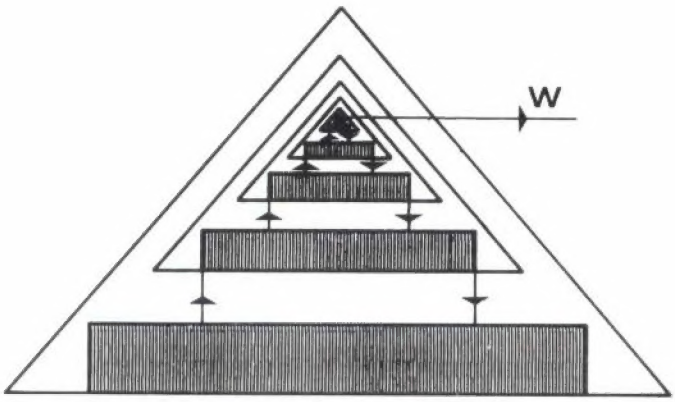

Figure 1 A triangle represents a cyclic process doing work *W*. The process can only be cyclic if there exists contact with the exterior represented by the rectangles and by the arrows. This infinite recurrence process is symbolically represented by sucessive triangles and rectangles.

But only a global increase of entropy is possible. Then we have the problem once again, corresponding to an infinite recurrence process, represented in fractal-like figure 1. With this global perspective we reveal the "fractal-like" character of the energy-entropy principle. This designation suggested by the fractal figures, points to an interpretation different from the "substance-like" interpretation arising from the paradigmatic view.

4 The microscopic interpretation of the "second" principle

Fermi, on pg. 56, and curiously enough, since he constructs the entropy change associated with the expression $dS=dQ/T$ (only true for a reversible transformation, but as "reversible" is confused with "quasi-static" this expression is erroneously applied also to a quasi-static transformation), says that when a body is heated by friction it receives a positive quantity of heat and, because heat results from work and not from another part of the "system" (subsystem), the increase of entropy is not compensated by the decrease of entropy of the other part. The explanation is, of course, this one if we use heat in the sense of internal energy. But Fermi has defined heat with the meaning emerging from the First Principle. Without another explanation this is, of course, a source of confusion.

The explanation is this:

The work transformed into internal energy (Heat I)

$$dW = dU.$$

For an infinitesimal transformation we write

$$dW = dU = -p\,dV + T\,dS.$$

If $dV = 0$,

$$dW = dU = T\,dS. \tag{20}$$

Then

$$dS = \frac{dU}{T} = \frac{dW}{T} > 0. \tag{21}$$

The expression is $dS=dU/T$ (not $dS=dQ/T$) and dU is the heat variation due to the friction work, indeed!

All of this can be easily interpreted microscopically but the paradigmatic error ($dS = dQ/T$ for a quasi-static irreversible transformation) with the confusion between Heat I and Heat II, originates interesting difficulties associated with the microscopic interpretation of the second principle.

One of these difficulties is linked to the affirmation that the entropy of an "isolated system" can only increase (F.p.55). An "isolated system" is a System with constant energy (F.p.11). Here we have again a terminological problem if "isolated system" means "thermally isolated system" (in addition to this, there is the confusion associated with the concept of thermal - Heat I and Heat II). Note that we are not saying that "isolated system" is equivalent to "thermally isolated system", of course! (an "isolated system" is thermally isolated but the reciprocal cannot be true.)

For a non isolated System as well as for an isolated System the entropy change is positive or zero. Nevertheless for a subsystem the entropy change can be negative.

The entropy variation is due to the variation of the number of microstates.

Only a transformation with an increasing number of microstates is possible.

The energy contributes to this number of microstates and we can have a transformation of heat into work (with a decrease of the associated number of microstates, the momentum space microstates) if there is an increase

of the total number of microstates. This corresponds to the energy- entropy principle.

Conclusions

In this paper we have shown that it is possible to eliminate the therminological conflits still existing in thermodynamis.

Essentially, these conflits are the following:

1. The word heat is usually associated with the expression of the First Principle $dU = dW + dQ$ (U is the internal energy and dW and dQ are the infinitesimal work and the infinitesimal heat). The quantity dQ can be associated with the internal energy variation of a heat reservoir when the subsystem considered has an isothermal transformation (temperature constant). When the transformation is adiabatic (the energy exchange with the heat reservoir is zero), the internal energy of the subsystem considered changes due to the work energy term. For the system (association of the subsystems "system" + heat reservoir) the transformation is always adiabatic. Therefore the essential quantity of thermodynamics is the internal energy and not the heat exchange. It is possible to call the internal energy heat. But the internal energy (energy associated with the microscopic entities) is also an entropy function, the variable associated with the equilibrium tendency. The increase of entropy results from the increase of heat for the same deformation variable (it is only as a limit that energy and entropy do not change - this is the reversible transformation). Then instead of a 1st and 2nd Principle, Thermodynamics is characterized by a single principle, the energy-entropy principle (it is impossible for a machine to do work returning to the initial state for two non separate reasons: if the machine returns to the initial state the internal energy is the same and the entropy is also the same). But if the deformation variable is the same, the energy would have to be smaller for the work to be negative, which would correspond to a negative entropy variation. Only transformations with a positive entropy variation are possible.

The word heat cannot be used simultaneously for the internal energy of a subsystem ("system") and for the energy exchanged between this subsystem and the heat reservoir because this energy is not equal to the internal energy variation of the "system" but rather equal to the internal variation of the heat reservoir. This is one of the terminological conflicts that has been solved [29].

2. The second conflict, although different, is intimately connected with the first.

A quasi-static transformation is not equivalent to a reversible transformation. This confusion is related to the former in the following way:

The "1st" Principle

$$dU = dW + dQ$$

is erroneously related to the expression

$$dU = -p\,dV + T\,dS$$

derived from $U = U\,(V,S)$. For an irreversible quasi-static transformation these two expressions can be formally related in the following way:

$$dW = -p\,dV$$

and

$$dQ = T\,dS.$$

For a reversible transformation $dS = 0$, and then, $dQ = 0$. For an irreversible quasistatic transformation

$$dS = \frac{dU + p\,dV}{T}. \tag{22}$$

If $dV = 0$ then $dS = dU/T$ and not $dS = dQ/T$.It is important to note however, that, the paradigmatic error (ironically!) leads to the following: people think they are applying $dS = dQ/T = dU/T + pdV/T$ to a "reversible" transformation, when they are, in fact, applying it to an irreversible, quasi-static transformation (because the quasi-static transformation is erroneously called reversible). In this irreversible quasi-static transformation

$$dS = \frac{dU + p\,dV}{T}, \quad but \quad dS \neq \frac{dQ}{T}\ !$$

Thus is understood and eliminated the conflict between the internal energy conceptualization of heat and the heat (exchanged) emerging from the "1st" Principle. In fact the energy conservation principle preceeds the Clausius expression $dU = dW + dQ$. For a "mechanical system" (F.p.11)

$$dU = dW.$$

But we can write for a "system" (a "thermodynamic system") in contact with a heat reservoir (this heat reservoir is a subsystem exterior to the "system")

$$dW = dU + dU_e.$$

Therefore

$$dQ = -dU_e$$

and the "mechanical" condition is satisfied.

The formal expression of the 1st Principle can induce thinking that the quantity dQ is the fundamental element of Thermodynamics. This is not so and originates subtle mistakes. In this sense it is important to eliminate the "1st Principle". This can be done with the construction of a single energy-entropy principle.

The microscopic interpretation of the energy-entropy principle is straightforward and consistently related to the "phenomenological" approach proposed. The tendency to a new equilibrium point with bigger entropy results from a bigger volume or a bigger energy

$$dS = \frac{1}{T}\,dU + \frac{P}{T}\,dV. \tag{23}$$

The thermodynamic probability increases with the increase of volume or with the increase of energy we can say with the increase of the phase space volume.

Appendix

Carnot [30], in this book reasons by analogy with a machine that works at the expense of water passing from a higher into a lower level reservoir.

If the water could, by itself, pass into a higher level reservoir, we would have a perpetual machine. Carnot associates the heat (or caloric) passing between two

sources at different temperatures with the water falling between the two levels. The quantity of water falling into the lower level reservoir is equal to the one coming out of the higher level reservoir. However, the energy of the water is not the same if the water has done work. There is, therefore, no energy conservation for the water. In the same way, there would be no energy conservation in the caloric - if the caloric existed! In fact the relevant property in this analysis is energy. So the analysis would be correct even if there existed a substance associated with the process!

If the water could, by itself, (at the expense of its internal energy) pass from the lower into the higher level reservoir, there would exist a perpectual machine! Curiously enough, Carnot's analysis contains the energy-entropy principle!

References

[1] Kestin, J. (Editor) (1976). "The Second Law of Thermodynamics", *Benchmark Papers on Energy*, Dowden, Hutchinson & Ross, Stroudsburg, V.

[2] Callendar, H.L. (1911). *Proc. Phys. Soc.*, London, 23, **153**.

[3] Fermi, E. (1936). *Thermodynamics*, Dover Publications, Inc., New York.

[4] Abreu, R. de (1987). *Técnica*, 1, 50.

[5] Fuchs, H.U. (1987). *Am. J. Phys.*, 55, 215.

[6] Lindsay, R.B.(Editor) (1975). "Energy: Historical Development of he Concept", *Benchmark Papers on Energy*, Dowden, Hutchinson & Ross, Inc., I.

[7] Abreu, R. de (1985). *Técnica*, 3/4, 116.

[8] Landsbergh, P.T. (1961). *Am. J. Phys.*, 29, 695.

[9] Einbinder, H. (1948). *Phys. Rev.*, 74, 803.

[10] Abreu Faro, M. de and Abreu, R. de. *A One-Dimensional Model of Irreversibility* (to be published).

[11] Abreu Faro, M. de and Abreu, R. de (1990). *Sobre um Princípio de Energia-Entropia*, Comunicação à Classe de Ciências, **XXXI**, Lisboa.

[12] Callen, H.B. (1960). *Thermodynamics*, Wiley, New York, 62.

[13] Haase, R. (1969). *Thermodynamics of irreversible processes*, AddisonWesley Publishing Company, Inc., 3.

[14] Allis and Herlin (1952). *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, Mac Graw-Hill, 85.

[15] Canagaratna, S.G. (1978). *Am. J. Phys.*, 46, 1241.

[16] Kivelson, D. and Oppenheim, J., J. (1966). *Chem. Educ.*, 41, 233.

[17] Laufer, G. (1983). *Am. J. Phys.* , 51, 42.

[18] Pauli, W. (1973). *Thermodynamics and the Kinetic Theory of Gases*, MIT Press, 94.

[19] Yuen, C.K. (1970). *Am. J. Phys.* 38, 246.

[20] Balescu, R. (1968). *Physica*, 40, 309.

[21] Callen, H.B. (1963). *Thermodynamics*, Wiley, New York, 321.

[22] Curzon, A.E., Leff, H.S. (1979). *Am, J. Phys.*, 47, 385.

[23] Abreu, R. de. *The Difficulty of Attributing a Physical Significance to Quantities Work and Heat in the First Principle of Thermodynamics. The Resolution of an Entropy Maximization Controversy* (to be published).

[24] Abreu, R. de (1990). Técnica, 1, 43.

[25] Abreu, R. de. *The Ideal Gas Equation $p = au$ and the Energy-Entropy Principle* (to be published).

[26] Abreu, R. de (1991). Seminário realizado em 11/06/91 no Complexo Interdisciplinar, I.S.T..

[27] Yeh, H,C. (1984). *Am. J. Phys.*, 52, 720.

[28] Preston, R.S. (1985). *Am. J. Phys.*, 53, 1104.

[29] Barrow, G. M. (1988). J. Chem. Educ. 65, 122.

[30] Carnot, S. (1976). *The Second Law of Thermodynamics*, Dowden, Hutchinson & Zoss, Inc., 16.

Cálculo por Simulação da Assinatura de um Receptor Digital Com Modulação M-QAM

J.P. Neves, L.S. Luis, A. Rodrigues e C. Salema

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Instituto Superior Técnico

RESUMO

Este artigo descreve uma simulação computacional da *Assinatura* de um receptor digital na presença de desvanecimento selectivo. Descreve-se o método estatístico utilizado e apresentam-se *Assinaturas* de receptores não igualados e com igualação linear adaptativa, comparando as *Assinaturas* obtidas com uma aproximação analítica conhecida.

ABSTRACT

The present paper describes a computer simulation of a digital receiver's Signature, facing a selective fading. The statistical method used in the simulation of inequalized receivers, or under linear adaptive equalization, are also presented and compared to a known analytic approximation.

1 Introdução

O método de determinação da *Assinatura* de um receptor num sistema de feixes hertzianos digital apresentado em [1] utiliza um majorante da interferência intersimbólica (*i. i. s*). Admite que todos os símbolos interferentes têm amplitude máxima e que as interferências se somam em módulo. Seguidamente, determina por excesso, o número de símbolos interferentes, N_I, que leva o sistema a uma dada probabilidade de erro. Esta aproximação tem o mérito de tornar o método de cálculo da *Assinatura* independente das sequências de bits e permite obter uma forma analítica de resolver o problema. Parecem, no entanto, pertinentes as seguintes questões: Será o majorante suficientemente próximo da *Assinatura* real? Qual é a diferença entre a *Assinatura* real e o majorante obtido por via analítica? Para responder a estas questões, sem recorrer a métodos experimentais, ter-se-á de recorrer a simulação em computador.

A simulação constitui uma forma de avaliar o desempenho de um sistema que não possa ser expresso numa forma analítica devido à sua complexidade e/ou ao envolvimento de variáveis aleatórias. Simula-se o modelo numérico do sistema durante um período suficientemente longo e estima-se as suas características com um dado intervalo de confiança.

Neste caso concreto de avaliação de *Assinaturas*, a simulação tem a vantagem de permitir um melhor controlo das condições experimentais, uma vez que num sistema real o desvanecimento selectivo só se manifesta em períodos de tempo restritos. No entanto, a simulação requer recursos computacionais elevados para obter uma *Assinatura* e, uma vez que estão envolvidos processos estocásticos no sistema, são necessárias várias amostras independentes do processo para conseguir obter as suas características como uma boa aproximação. Para conseguir a independência das amostras e um intervalo de confiança suficientemante pequeno, para a precisão requerida, recorreu-se ao chamado procedimento por *lotes* (em Inglês *"Batch-Mean"*). [2]

Uma simulação com sucesso envolve algo mais do que construir um diagrama de fluxo do sistema em estudo, traduzindo-o em linguagem computacional. A teoria das probabilidades e das estatísticas são parte integrante do estudo das técnicas de simulação para escolher as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias geradas, validar o modelo de simulação e analisar estatisticamente os dados obtidos.

2 Geração de variáveis aleatórias

No sistema que pretendemos simular existe uma variável aleatória de entrada: a informação sob forma de bits. Estes, ao serem modulados em M-QAM[1] e enviados através de um canal de transmissão na presença de desvanecimento selectivo, chegam ao receptor e são recuperados com uma dada probabilidade de erro de bit, P_{eb}, variável aleatória cujo valor médio depende dos parâmetros do canal b, f_0 e τ definidos por Rummler [3,4]. A *Assinatura* é obtida fixando τ, e para cada valor de f_0, determinando o valor de b que leva a uma dada probabilidade de erro de bit, em geral no intervalo $[10^{-6}, 10^{-3}]$. Uma vez que o processo utiliza uma variável aleatória de entrada, os dados obtidos são também aleatórios. Para representar a informação a transmitir ter-se-á que gerar uma cadeia de bits equiprováveis e estatísticamente independentes.

Um "bom" gerador de números aleatórios deve possuir algumas propriedades importantes: os números produzidos devem ter uma distribuição uniforme num dado intervalo (usualmente [0,1]) e não devem apresentar correlação apreciável. A geração de números aleatórios tem uma metodologia bastante complexa que se afasta do âmbito deste trabalho, recomendando-se

Original submetido para publicação em 5 de Abril de 1991

[1] Do Inglês "Quadrature Amplitude Modulation"

Averill e Keltor [2] para uma apresentação completa dos vários métodos conhecidos de geração de variáveis aleatórias.

Um dos tipos de geradores de variáveis aleatórias mais recentes são os chamados PMMLGC's (do Inglês "Prime Modulus Multiplicative Linear Congruential Generators"). Este tipo de geradores são vocacionados para uma execução rápida (em computador) e possuem um "bom" comportamento estatístico. A rotina utilizada vem descrita em [2] e funciona em máquinas baseadas em palavras de, pelo menos, 32 bits (incluindo o bit de sinal), assumindo que todos os inteiros desde $-2^{31}+1$ até $2^{31}-1$ são correctamente representados e calculados. Os parâmetros escolhidos permitem um comportamento estatístico óptimo e estão devidamente justificados em [2].

3 Intervalo de confiança

A simulação do sistema não é executada por tempo indeterminado. Durante a simulação calcula-se um intervalo de confiança com uma precisão considerada aceitável e, quando esta for atingida, a simulação termina com uma estimativa das variáveis de saída, neste caso únicamente a probabilidade de erro de bit.

Sejam $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variáveis aleatórias uniformemente distribuidas, com média finita μ e variância finita σ^2. Pretende-se construir um intervalo de confiança para μ e testar a hipótese complementar: $\mu=\mu_0$.

Seja $Z^{(n)}$ a variável aleatória:

$$Z^{(n)}=\frac{[\overline{X}(n)-\mu]}{\sqrt{\sigma^2/n}} \qquad (1)$$

e seja $F_z^{(n)}(z)$ a função de distribuição de $Z^{(n)}$ para uma amostra de comprimento n, ou seja, $F_z^{(n)}(z)=P\{Z^{(n)}\leq Z\}$. O *Teorema do Limite Central* estabelece que:

$$F_z^{(n)}(z)\rightarrow\phi(z) \qquad \text{quando } n\rightarrow\infty$$

onde $\phi(z)$ é a função de distribuição de uma variável aleatória normalizada ($\mu=0$, $\sigma^2=1$) dada pela expressão:

$$\phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{Z} e^{-y^2/2}dy \qquad \text{para } -\infty<z<\infty \qquad (2)$$

Para n finito, o teorema mantém a validade substituindo σ^2 por $S^2(n)$ [2] e a função de distribuição resultante é uma distribuição *t-Student* dada por:

$$t^{(n)}=[\overline{X}(n)-\mu]/\sqrt{S^2(n)/n} \qquad (3)$$

com $n-1$ graus de liberdade ($n\geq 2$) e o intervalo de confiança a $100(1-\alpha)\%$ para μ é dado por:

$$\overline{X}(n)\pm t_{n-1,1-\alpha/2}\sqrt{S^2(n)/n} \qquad (4)$$

onde $t_{n-1,1-\alpha/2}$ é o denominado ponto crítico da distribuição *t-Student* com $n-1$ graus de liberdade. A estatística *t-Student* apresenta-se tabelada em [2].

A escolha de n deve permitir obter um intervalo de confiança com significância, ou seja, com correlação estatísticamente nula.

A partir de uma amostra pretende-se testar a hipótese nula H_0: $\mu=\mu_0$, onde μ_0 é um dado valor por hipótese. Escolhendo um valor para o intervalo de confiança (típicamente 90-95%), faz-se o seguinte teste:

se $|t^{(n)}|>t_{n-1,1-\alpha/2}$ aceita-se a hipótese H_0;

se $|t^{(n)}|>t_{n-1,1-\alpha/2}$ rejeita-se a hipótese nula,

sendo a decisão tomada com $100(1-\alpha)\%$ de confiança.

4 Procedimento por lotes

O procedimento por *lotes* começa por agrupar em lotes as amostras de uma variável aleatória, provenientes de um processo estocástico. À primeira vista, agrupar amostras não parece ter qualquer vantagem do ponto de vista estatístico. No entanto, demonstra-se [2], que tal procedimento reduz substancialmente o número de amostras necessárias para obter resultados com significado estatístico.

Sejam Y_i amostras de uma variável aleatória aproximadamente independentes com média $E(Y_i)=\nu$. Efectuando uma simulação com m concretizações e dividindo as várias observações de $Y_1,Y_2,\ldots,Y_m$ em n lotes de comprimento l, assumindo $m=n.l$, então, o lote 1 consiste nas observações $Y_1, Y_2,\ldots, Y_l$, o lote 2 nas observações $Y_{l+1}, Y_{l+2},\ldots,Y_{2.l}$, etc. Seja $Y_j(l)$, para $j=1,2,\ldots,n$, a média das l amostras no j-ésimo lote e seja:

$$\overline{\overline{Y}}(n,l)=\sum_{j=1}^{n}\overline{Y}_j(l)/n=\sum_{i=1}^{m}Y_i/m \qquad (5)$$

a média da amostra total. Então, utilizando $\overline{\overline{Y}}(n,l)$ como estimador de ν, o intervalo de confiança constroi-se na forma:

$$\overline{\overline{Y}}(n,l)\pm t_{n-1,1-\alpha/2}\sqrt{S^2_{Y_j}(n)/n} \qquad (6)$$

onde:

$$S^2_{Y_j}(n)=\frac{\sum_{j=1}^{n}\left|\overline{Y}_j(l)-\overline{\overline{Y}}(n,l)\right|}{n-1} \qquad (7)$$

sendo a expressão (6) análoga à expressão (4).

Este método permite, com uma escolha apropriada de n e l, obter um intervalo de confiança da variável aleatória a estimar. No entanto, persiste a escolha de n e l. Uma vez que a estatística *t-Student* conduz a resultados falseados se as amostras forem correlacionadas, é necessário escolher n e l por forma a que a correlação entre as amostras seja reduzida. Para esse efeito é necessário obter um estimador da correlação. O estimador apropriado é obtido através da expressão: [2]

$$\hat{\rho}(n,l)=\frac{\sum_{j=1}^{n-1}\left|\overline{Y}_j(l)-\overline{\overline{Y}}(n,l)\right|\left|\overline{Y}_{j+1}(l)-\overline{\overline{Y}}(n,l)\right|}{\sum_{j=1}^{n}\left|\overline{Y}_j(l)-\overline{\overline{Y}}(n,l)\right|^2} \qquad (8)$$

[2] Estimador de Variância

Se o estimador indicar correlação (típicamente considera-se amostras incorrelacionadas se $|\hat{\rho}(n, l)| < 0.3$) ou se o intervalo de confiança não for suficientemente pequeno, então o conjunto de amostras não é significativo. Neste caso, calcula-se a média dos n lotes dois a dois obtendo-se $n/2$ novos lotes. Seguidamente, gera-se os restantes $n/2$ lotes, cada um com $2.l$ amostras, obtendo-se novamente n lotes à custa de mais m amostras. Repetindo os testes estatísticos de correlação e do intervalo de confiança verifica-se os novos resultados estatísticos, tornando o processo iterativo até que se verifiquem as condições estatísticas impostas.

5 Simulação de um sistema M-QAM

O sistema a simular é constituido pelo modulador M-QAM, o canal de transmissão na presença de desvanecimento selectivo e o receptor de M-QAM, nas condições apresentadas em [1].

Inicialmente é gerada uma sequência aleatória de bits (Cf. §2) que são convertidos em símbolos de M-QAM em código de *Gray*, obtendo-se assim os vários dibits a_{pi} e a_{qi}.

Seguidamente, é contabilizada a interferência intersimbólica dos vários símbolos nos instantes $t_n = t_0 + n.T_s$ ($n \neq 0$, $n \in Z$), onde t_0 representa o instante ideal de amostragem definido em [1] e T_s o período de símbolo em M-QAM. Obtém-se assim, as componentes em fase e quadratura dos símbolos na recepção, respectivamente, $u_p(t_0)$ e $u_q(t_0)$.

Finalmente, no receptor, é tomada uma decisão acerca dos símbolos recebidos construindo-se uma sequência de bits na saída. Comparando-se esta sequência com a sequência gerada, avalia-se a probabilidade de erro de bit para um dado conjunto de parâmetros do canal. Pretende-se, fixando τ, e para cada valor de f_0, obter o valor de b que leva o receptor a uma dada probabilidade de erro de bit no intervalo $[10^{-6}, 10^{-3}]$.

5.1 Codificação de *Gray* em M-QAM

Uma das vantagens da modulação M-QAM, dentro da classe geral dos códigos MAPSK [3], é apresentar um desempenho superior sem que a implementação seja demasiado complexa. Em relação à modulação N-PSK [4], também muito vulgar em sistemas de feixes hertzianos (note-se que 4-QAM é equivalente a 4-PSK), a modulação M-QAM é vantajosa para índices de modulação superiores a 8 devido à menor potência de transmissão requerida para assegurar a mesma probabilidade de erro [5].

A modulação M-QAM, utilizando codificação de *Gray*, tem a vantagem adicional, em relação a uma codificação binária simples, de proporcionar uma melhoria do desempenho do sistema. Esta melhoria é obtida codificando os símbolos em M-QAM de forma a que os símbolos adjacentes só difiram de um único bit. Assim, existindo um erro na decisão, quer devido a ruído térmico, quer devido a *i.i.s.* ou a ambas as causas (ou outras), a probabilidade do símbolo resultante do erro ser adjacente ao símbolo correcto é muito maior que a probabilidade complementar. Assim, no caso do símbolo errado ser adjacente ao símbolo correcto, utilizando codificação de *Gray*, erra-se apenas um único bit e em codificação binária poder-se-ão errar dois ou mais bits, dependendo do índice de modulação.

A constelação de M-QAM em código de Gray não é única, existindo um conjunto limitado de possibilidades diferentes com o mesmo objectivo. No entanto, as várias possibilidades são equivalentes uma vez que resultam em probabilidades de erro de bit idênticas.

Apresenta-se nas figuras 1 e 2 as codificações utilizadas no processo de simulação. Para índices de modulação superiores aos apresentados a constelação é construída de forma análoga.

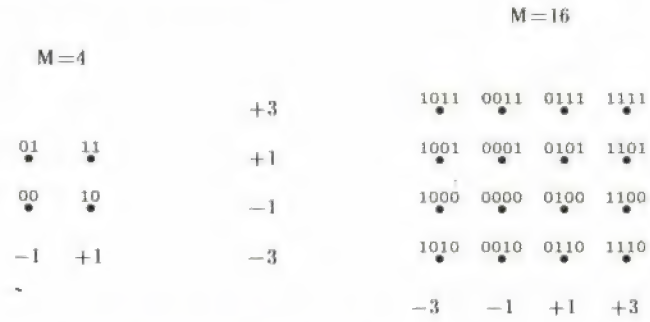

figura 1 Constelação e codificação *Gray* para 4-QAM e 16-QAM.

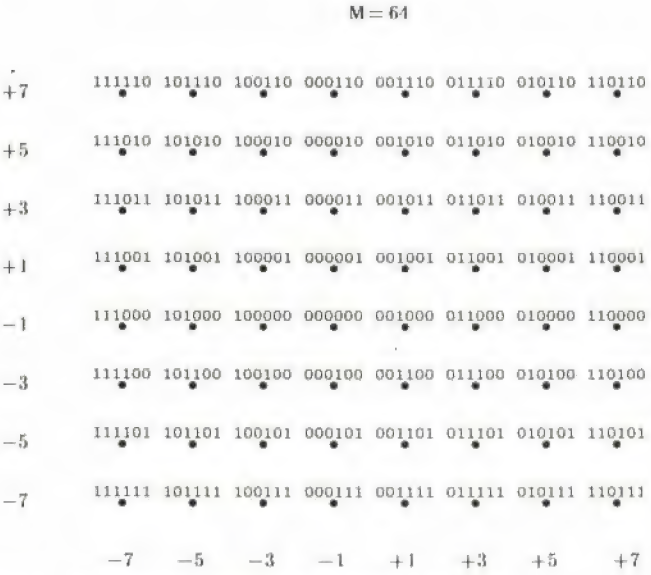

figura 2 Constelação e codificação *Gray* para 64-QAM.

5.2 Interferência intersimbólica. Probabilidade de erro de bit no receptor.

Na presença de desvanecimento selectivo (únicamente) as componentes em fase e em quadratura à saída do desmodulador de M-QAM são dadas, respectivamente, por: [1]

[3] Do Inglês "Multiple Amplitude and Phase Shift Keying".

[4] Do Inglês "Phase Shift Keying".

$$u_p(t_0)= \\ = \frac{V_0}{\sqrt{2}(L-1)}\left(a_{p0}\cdot r_{s0}+\sum_{-\infty}^{+\infty}{}'_i\, a_{pi}\cdot r_{si}-\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_i\, a_{qi}\cdot r_{qi}\right) \quad (9)$$

$$u_q(t_0)= \\ \frac{V_0}{\sqrt{2}(L-1)}\left(a_{q0}\cdot r_{s0}+\sum_{-\infty}^{+\infty}{}'_i\, a_{qi}\cdot r_{si}+\sum_{-\infty}^{+\infty}{}_i\, a_{pi}\cdot r_{qi}\right) \quad (10)$$

onde:

- $L=\sqrt{M}$;
- V_0 representa a amplitude do pico;
- r_{si} e r_{qi} representa as amplitudes dos pré-cursores e pós-cursores.[1]

No processo de simulação, depois de gerar uma sequência de bits de informação e os correspondentes símbolos em codificação *Gray*, determina-se para cada símbolo gerado, $u_p(t_0)$ e $u_q(t_0)$, contabilizando o efeito da *i.i.s.* Sem perda de generalidade podemos fazer $V_0/(\sqrt{2}.(L-1))=1$ e definir:

$$u'_p(t_0)=u_p(t_0)/r_{s0} \quad (11)$$

$$u'_q(t_0)=u_q(t_0)/r_{q0} \quad (12)$$

Com esta normalização, no receptor têm-se os níveis ± 1, $\pm 3, ..., \pm(L-1)$ possíveis para cada símbolo e os limites da zona de decisão são dados por 0, ± 2, ..., $\pm(L-2)$. Comparando $u_p'(t_0)$ e $u_q'(t_0)$ com a zona de decisão correspondente reconstitui-se o respectivo símbolo. Seguidamente, recorrendo à tabela de código de *Gray*, obtém-se os bits na recepção.

Note-se que a modulação M-QAM exige um armazenamento prévio de $\mu=log_2M$ bits para obter um símbolo. Assim, o número de bits a simular terá de ser divisível por μ para se obter um número inteiro de símbolos.

6 Determinação de uma assinatura por simulação computacional.

O processo de determinação de uma *Assinatura* num sistema M-QAM, é constituido pelos seguintes procedimentos:

- Geração de bits;
- Codificação em código de *Gray*;
- Contabilização do efeito da *i.i.s.*;
- Determinação da probabilidade de erro.

A geração de bits permite obter os vários símbolos. Admite-se que, para efeitos de contabilização de interferência intersimbólica, um número de 4096 símbolos é suficiente para definir uma probabilidade de erro de 10^{-3}, sendo necessário gerar $4096 \cdot log_2M$ bits para o efeito.

Por leitura sequencial de μ bits obtém-se os correspondentes símbolos com codificação de *Gray*. Seguidamente, contabiliza-se a *i.i.s.* em cada símbolo na forma:

$$\xi_p=\sum_{-N}^{N}{}'_i\, a_{pi}\cdot r_{si}+\sum_{-N}^{N}{}_i\, a_{qi}\cdot r_{qi} \quad (13)$$

$$\xi_q=\sum_{-N}^{N}{}_i\, a_{qi}\cdot r_{si}+\sum_{-N}^{N}{}_i\, a_{pi}\cdot r_{qi} \quad (14)$$

onde N é o número de símbolos significativos para o cálculo de ξ_p e ξ_q. Para efeitos de cálculo numérico, $N=100$ símbolos é suficiente para um cálculo utilizando reais com dupla precisão (64 bits). Esta "*janela*" implica a obtenção de $2 \cdot N$ símbolos adicionais de forma a que desde o primeiro ao último símbolo simulado esteja sempre presente *i.i.s.* na mesma forma, ou seja, *i.i.s.* quer devido a pós-cursores quer devido a pré-cursores. Este procedimento implica a geração de $2 \cdot N \cdot log_2M$ bits adicionais [5].

Uma vez contabilizada a *i.i.s.* em cada símbolo toma-se uma decisão baseada nos níveis de decisão indicados em §5.2 obtendo-se os símbolos no receptor. Seguidamente, por comparação com a tabela de codificação de *Gray* (Cf. fig's. 1 e 2), obtém-se os bits na recepção que permitem avaliar a probabilidade de erro.

O passo seguinte consiste em repetir o processo atrás descrito formando o procedimento por *lotes* (Cf. §4). A escolha que se revelou mais adequada no procedimento por *lotes* foi $n=10$ e $l=10$ que permite obter, na maioria das situações, amostras de P_{eb} com correlação pouco significativa. A significância escolhida para o intervalo de confiança foi de 90% ($a=0.1$) o que corresponde a $t_{n,1-a/2}=1.383$ na estatística *t-Student* para 9 graus de liberdade e uma significância de 90%. Quanto à correlação, considerou-se que as amostras eram incorrelacionadas quando $|\hat{\rho}|<0.3$.

O método descrito permite obter a probabilidade de erro de bit no receptor para um dado valor de b, fixando os parâmetros M, f_b, a, τ, f_0. Seguidamente, utilizando o método de *Newton-Rapshon* determina-se o valor de b que permite obter $P_{eb}\simeq 10^{-3}$ no receptor. O valor de b é determinado com uma precisão de 10^{-4}. Finalmente, variando f_0 é possível obter $b(f_0)$ para $P_{eb}=10^{-3}$, ou seja a *Assinatura*.

7 Resultados obtidos.

A limitação principal no processo descrito em §6 é o tempo de computação necessário à obtenção de uma *Assinatura*. No entanto, o principal objectivo deste processo é avaliar a precisão do método analítico descrito em [1]. Restará então comparar *Assinaturas* para um conjunto de parâmetros típico para avaliar a precisão correspondente.

Devido ao elevado tempo de processamento não foram avaliadas *Assinaturas* para $P_{eb}=10^{-6}$. Também foi excluido o caso $M=1024$ por razões idênticas.

Apresenta-se em seguida os resultados obtidos para $M=4$, 16, 64, 256 para o seguinte conjunto de parâmetros, típico num feixe hertziano digital de alta capacidade: $f_b=140$Mbit/s, $a=0.5$, $\tau=6.3$ ns e para uma probabilidade de erro de 10^{-3} [5].

7.1 *Assinaturas* em sistemas sem igualação

Na tabela apresentam-se os valores numéricos e nas figuras 3 e 4 o traçado das respectivas *Assinaturas* para um sistema sem igualação, utilizando o método analítico descrito em [1], assim como os valores da simulação por computador.

Analítico	Simulação	
17.43	17.3	M = 4
25.04	24.5	M = 16
39.97	37.0	M = 64
58.97	56.3	M = 256

tabela I Valores numéricos de *Assinaturas* sem igualação, para vários valores de M.

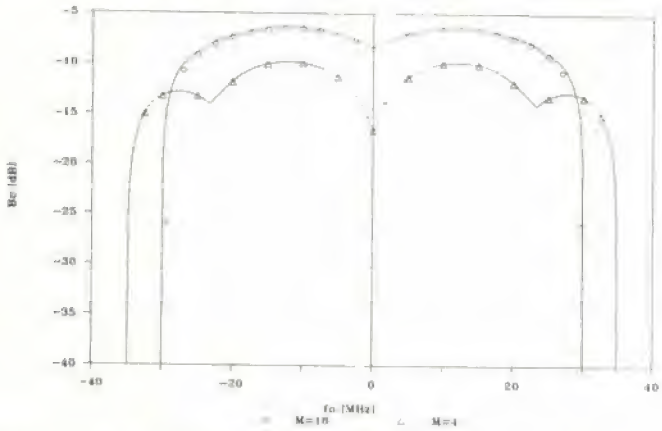

figura 3 Curvas Analíticas e Pontos de Simulação para M = 4 e M = 16.

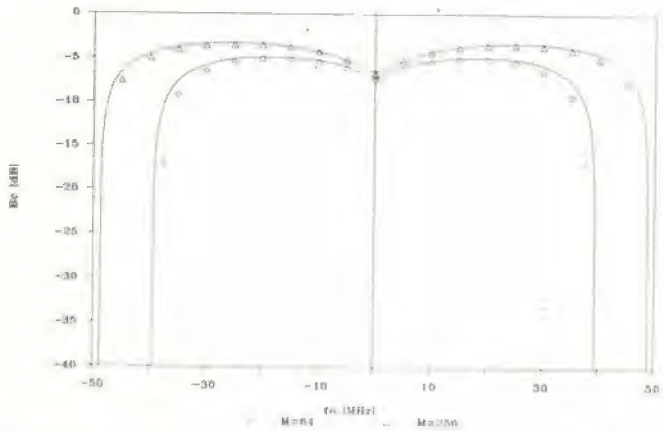

figura 4 Curvas Analíticas e Pontos de Simulação para M = 64 e M = 256.

7.2 *Assinaturas* em sistemas com igualação LAE [5]

Utilizando um igualador simétrico com dois cursores (um pré-cursor e um pós-cursor) [1], obtiveram-se os valores numéricos das *Assinaturas* apresentadas na tabela 2 para $P_{eb}=10^{-3}$ e 10^{-6}, com igualação LAE. Nas figuras 5 e 6 apresentam-se os traçados gráficos. Os restantes parâmetros são apresentados em §7.

5 Do Inglês "Linear Adaptative Equalization"

Analítico	Simulação	M = 16
13.24	14.0	$P_{eb} = 10^{-3}$
19.75	-	$P_{eb} = 10^{-6}$
		M = 64
21.82	21.4	$P_{eb} = 10^{-3}$
30.60	-	$P_{eb} = 10^{-6}$

tabela 2 Valores Numéricos de *Assinaturas* com Igualação LAE, para M = 16 e M = 64.

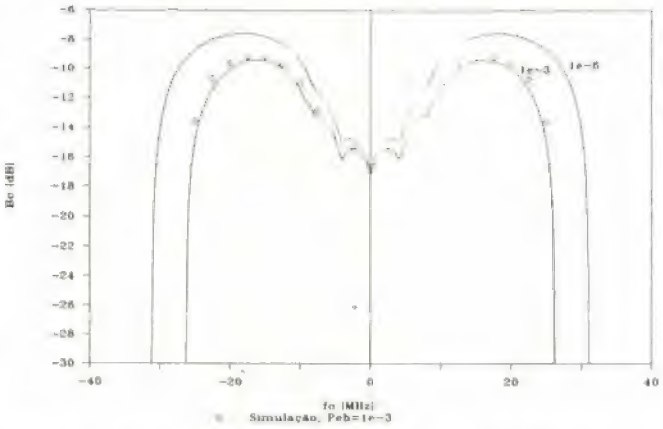

figura 5 Curvas Analíticas para $P_{eb} = 10^{-3}$ e 10^{-6} com Igualação LAE, para M = 16 e pontos de simulação.

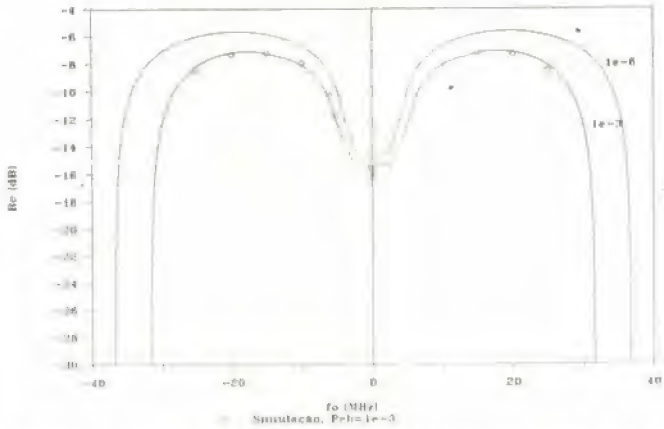

figura 6 Curvas Analíticas para $P_{eb} = 10^{-3}$ e 10^{-6} com Igualação LAE, para M = 64 e pontos de simulação.

7.3 Análise dos resultados obtidos.

No processo analítico descrito em [1], existem duas aproximações inerentes ao método. A primeira diz respeito à majoração da *i.i.s.* A segunda diz respeito ao número de símbolos interferentes para o fecho do olho, para uma dada probabilidade de erro, que se aproxima por $N_I \geq log_L P_{eb}$. Assim, no processo analítico, o problema reside em determinar o número inteiro mínimo de símbolos interferentes que permite obter um dado valor da probabilidade de erro que se aproxima pela expressão anterior.

Para $P_{eb}=10^{-3}$ apresenta-se de seguida a aproximação cometida no cálculo do número de símbolos interferentes, para vários índices de modulação.

Como podemos verificar no quadro anterior, os valores de $log_L P_{eb}$ para $M=4$ e 16 são praticamente coincidentes

$log_L P_{eb}$	N_1	
9.97	10	M = 4
4.98	5	M = 16
3.32	4	M = 64
2.49	3	M = 256

com o número inteiro N_1 imediatamente superior. Para $M=64$ e 256 o inteiro imediatamente superior encontra-se mais afastado, sendo a diferença mais acentuada para $M=64$. Este efeito reproduz-se nos resultados obtidos por simulação (Cf. tab. 1, fig's. 3 e 4). Para $M=4$ e 16 os valores obtidos por simulação são praticamente coincidentes com os valores analíticos, sendo a majoração muito reduzida uma vez que a diferença anterior também é muito reduzida. Quanto aos valores para $M=64$ e 256, a aproximação torna-se mais grosseira, como era de esperar, e a majoração da *Assinatura* é mais acentuada. Este efeito é mais notado para $M=64$.

As diferenças relativas da área sob as *Assinaturas*, expressas em unidades logarítmicas:

$$\zeta=\left|10\cdot \log_{10}\frac{\text{Analítico}}{\text{Simulaçao}}\right|$$

são:

ζ [dB]	
0.033	M = 4
0.095	M = 16
0.335	M = 64
0.201	M = 256

Mostra-se que o processo analítico constitui uma boa aproximação do processo simulado.

Para a igualação LAE, com $M=16$, verifica-se que os 10 símbolos interferentes não são suficientes para majorar a *Assinatura*. Para esse facto contribui a pequena diferença existente entre o valor de $log_L P_{eb}$ e N_1 conjuntamente com o facto da expressão $N_1 \geq log_L P_{eb}$ ser aproximada. Na figura 3 podemos verificar que para $N_1=20$ ($P_{eb}=10^{-6}$) a curva se encontra bastante afastada demonstrando a influência de N_1 no andamento da *Assinatura*. Para $M=64$, a majoração é mais acentuada, verificando-se que os pontos de simulação tendem a aproximar-se mais da curva analítica, confirmando o referido para o caso de $M=64$ sem igualação.

As diferenças relativas das áreas sob a Assinatura obtidas pelos dois processos são:

ζ [dB]	
0.242	M = 4
0.080	M = 64

Como conclusão, podemos afirmar que o processo de simulação confirmou com uma boa aproximação os resultados obtidos analíticamente, demonstrando que as diferenças entre os processos são muito reduzidas.

8 Conclusão

Desenvolveu-se um algoritmo de cálculo de *Assinaturas* de feixes hertzianos digitais na presença de desvanecimento selectivo. O algoritmo contempla a introdução da igualação LAE, desprezando-se possíveis imperfeições na implementação do sistema, obtendo-se *Assinaturas* para um caso ideal. O método possibilita a determinação de *Assinaturas* para os valores de probabilidade de erro de interesse no cálculo das margens definidas pela CCIR.

Referências

[1] Bianconi, G., Calandrino, L. (1985). Adaptive Basehand Equalization in Digital Radio Links, *Telettra Review*, Special Edition.

[2] Law, A.M., Keltor, W.D. (1989). *Simulation Modeling and Analysis*, McGraw-Hill.

[3] Rummler, W.D. (1979). A New Selective Fading Model: Aplication to Propagation Data, *The Bell System Technical Journal*, **58**, 5.

[4] Rummler, W.D. (1980). Time and Frequency-Domain Representation of Multipath Fading on Line-of-Sight Microwave Paths, *The Bell System Technical Journal*, **59**, 5.

[5] Neves, J.P., Luis, L.S. (1990). *Efeitos do Desvanecimento Selectivo em Feixes Hertzianos Digitais de Alta Capacidade*, Trabalho Final de Curso, Depart. de Eng. Electrotécnica, I.S.T.

Previsão Numérica da Ocorrência de Transição no Escoamento Tridimensional Compressível de Camada Limite em Torno de Asas em Flecha

J.C.F. Pereira e J.M.M. Sousa

Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico, UTL

RESUMO

O presente trabalho descreve um estudo numérico da análise de estabilidade da camada limite compressível e tridimensional sobre uma asa em flecha de avião, com vista à previsão do primeiro estágio da transição laminar-turbulenta, com especial relevância para tecnologias de escoamento laminar a usar nas próximas gerações de aviões. O método numérico proposto por Cebeci e Kaups para o cálculo de camadas limites laminares, compressíveis, sobre asas em flecha, é usado e testado. A estabilidade da camada limite, tridimensional, compressível, sobre uma asa em flecha é posteriormente investigada mediante uma análise de estabilidade linear e do método e^N. Duas estratégias de integração do factor N são investigadas: para máxima taxa de amplificação, e para frequência e comprimento de onda constantes. Perturbações estacionárias e não--estacionárias são investigadas. Neste caso, os resultados mostram que a amplificação de perturbações do tipo corrente cruzada é dominante em relação a instabilidades de Tollmien-Schlichting.

ABSTRACT

The present work describes a numerical investigation based on linear stability analysis of the three-dimensional compressible boundary layer on a swept wing for the purpose of estimation of the first stage of laminar-turbulent transition. Appreciation is given to the concept of laminar flow technologies to be incorporated in the next generation of airframes. The numerical method proposed by Cebeci and Kaups is used and tested for solving the compressible flow around wings. The stability of the three-dimensional compressible boundary layer on a swept wing is later investigated using linear stability analysis in conjunction with the e^N-method. Two different N-integration strategies are followed: maximum amplification rate, and fixed frequency and fixed wavelength of the disturbance. Travelling and stationary perturbations are investigated. In the present test case the results have shown that the amplification of crossflow-type disturbances prevail rather than Tollmien-Schlichting instabilities.

1 Introdução

É reconhecidamente aceite o facto de que as tecnologias do escoamento laminar apresentam um importante potencial, tendo em vista uma significativa redução na resistência aerodinâmica em cruzeiro de um avião. Manter o escoamento laminar sobre grande parte das asas e estabilizadores poderá conduzir a reduções na resistência aerodinâmica total da ordem dos 20%. Contudo, é igualmente aceite que este tipo de técnicas constituem uma tecnologia de alto risco, exigindo um empenhamento substancial na investigação a longo prazo.

Técnicas modernas de produção permitem a obtenção de níveis de qualidade, em termos de acabamento de superfícies, compatíveis com os requisitos do projecto para escoamento laminar. Medições experimentais, por sua vez, revelaram que, sob certas condições, uma camada limite laminar pode subsisistir até 55% da corda, no caso de alguns aviões para utilizações vulgarizadas. Tais casos implicam, todavia, ângulos de flecha relativamente baixos e pequenos números de Reynolds (baseados na corda). Os modernos aviões de transporte, por sua vez, apresentam típicamente elevados números de Reynolds [$O(10^7)$-$O(10^8)$] bem como ângulos de flecha (do bordo de ataque) moderados (até 30°) combinados com escoamento transsónico. A tecnologia do escoamento laminar pode ser dividida em três ramos distintos:

i) Recorre-se a um gradiente de pressão favorável para estabilizar a camada limite laminar (método passivo). Esta técnica ("Natural Laminar Flow") é aplicável desde pequenas aeronaves até aviões de médio porte;

ii) Uma certa quantidade de sucção da camada limite laminar é utilizada, em conjunto com um gradiente de pressão favorável, para a estabilização da mesma (método activo). Esta técnica ("Hybrid Laminar Flow Control") permite a aplicação da tecnologia do escoamento laminar a aviões de transporte de médio porte com ângulos de flecha (do bordo de ataque) moderados;

iii) A sucção da camada limite é utilizada para, por si só, permitir a estabilização da camada limite laminar (método activo). Esta técnica (LFC-"Laminar Flow Control") é indispensável para a manutenção de grandes regiões de escoamento laminar em aviões de transporte de grande porte, apresentando ângulos de flecha (do bordo de ataque) elevados.

Assim, é inegável que a aplicação de técnicas de escoamento laminar a este tipo de aviões exigirá o desenvolvimento de métodos fiáveis de controlo (activo) da camada limite compressível tridimensional.

Original submetido para publicação em 8 de Março de 1991

No projecto de um perfil alar laminar para uma asa em flecha, é necessário considerar os diferentes mecanismos de instabilidade da camada limite: i)Instabilidades Tollmien-Schlichting (TS); ii)Instabilidades de corrente cruzada (CF); iii) Contaminação do escoamento laminar na zona de elevada curvatura do perfil (AL); iv) Vórtices de Görtler (GV).

No presente estudo apenas são considerados os dois primeiros mecanismos, enquanto que aos restantes apenas se fará uma breve referência.

A ideia de que a origem da turbulência proviria da instabilidade do escoamento laminar remonta ao séc. XIX. Uma revisão dos conhecimentos sobre instabilidades TS foi efectuada por Schlichting [1], contendo referências ao fenómeno de GV. Investigações remontando ao séc. XIX acerca da estabilidade da camada limite, foram confirmadas através das experiências clássicas de Schubauer e Skramstad [2], dando crédito às teorias matemáticas desenvolvidas, para a situação bidimensional, por Lin [3]. O caso bidimensional foi estudado com grande detalhe nos anos 60 e 70 para os casos particulares do escoamento de Blasius [4-10], e dos escoamentos Couette e Poiseuille [11], essencialmente por experimentação numérica. O desenvolvimento de novos métodos numéricos [12-14] veio permitir uma crescente eficiência na resolução numérica de equações tipo Orr-Sommerfeld. Estudos igualmente relevantes foram efectuados para o caso de escoamento não paralelo [6, 9], bem como a aplicação a escoamentos compressíveis por Lees e Reshotko [15].

Para o caso de uma asa em flecha o escoamento é tridimensional, e este tipo de instabilidade viscosa é modificado devido à presença de escoamento de corrente cruzada, provocado pela flecha da asa. As instabilidades CF, dominantes em asas em flecha, são essencialmente semelhantes áquelas para o caso de um disco rotativo. Pelo facto de este último ser mais simples de estudar, foram efectuados trabalhos neste domínio (Malik *et al.* 16] e Gregory *et al.*, [17]), considerando a influência de fôrças de Coriolis e da curvatura das linhas de corrente. Os efeitos de curvatura, tais como a curvatura das linhas de corrente e das superfícies, têm um efeito estabilizante no escoamento sobre superfícies convexas [18, 19]. O caso da estabilidade de escoamentos tridimensionais, incluindo instabilidades tridimensionais, tem sido igualmente estudado com detalhe[20, 21], bem como o efeito de sucção, arrefecimento, irregularidades superficiais e número de Mach, aplicado a asas em flecha ou a outros casos [22-25]. Importantes revisões de todos estes efeitos na estabilidade da camada limite foram apresentados por Mack [26] e Reshotko [27]. Instabilidades da camada limite sobre a junção da asa à fuselagem, ou irregularidades no bordo de ataque, podem introduzir pequenos turbilhões, na camada limite laminar, que se propagam ao longo do bordo de ataque de asas em flecha. A transição por AL depende assim do ângulo de flecha, do raio do bordo de ataque, do número de Reynolds e da aceleração do escoamento na zona de elevada curvatura da superfície da asa. Um trabalho experimental de investigação deste fenómeno foi recentemente realizado por Arnal e Juillen [28]. No intradorso de perfis exibindo uma curvatura apreciável, podem desenvolver-se vórtices de Görtler como consequência de instabilidades devidas a fôrças centrífugas em regiões de superfícies côncavas [29]. Quando o número de Reynolds excede determinado valor formam-se, nestes casos, na camada limite, pares de vórtices rodando em sentidos opostos.

Investigações mais recentes têm focado as instabilidades secundárias na camada limite [30], e efeitos não lineares que caracterizam os últimos estágios do processo de transição [31-33], em virtude do aumento da capacidade de cálculo dos super-computadores. Contudo, no que se refere a códigos para previsão da transição, aqueles que presentemente têm maior utilização baseiam-se no método e^N, um método semi-empírico que envolve o cálculo de taxas de amplificação de perturbações na camada limite, que são integradas para obter o chamado factor N. Este método assenta na premissa de que a localização da transição seja dada por um valor universal do factor N. Em camadas limites bidimensionais, onde as instabilidades TS são dominantes, o valor do factor N é aproximadamente 9 ($e^9 \approx 8000$), para o local da transição. Tal não se verifica, em geral, para escoamentos tridimensionais, o que justifica ulteriores investigações. Contribuições para a análise numérica do problema [34, 35] foram importantes para o desenvolvimento de métodos bastante eficientes [36, 37], como SALLY (incompressível) ou COSAL (compressível). Estes dois métodos foram comparados entre si, por Malik e Orszag [38], bem como algumas das diferentes estratégias de integração possíveis em escoamentos tridimensionais, e com resultados de medições experimentais para asas incorporando LFC [39]. Os cálculos de estabilidade para o presente trabalho são efectuados com base num outro código, o COSALX [40, 41], uma versão modificada e melhorada do COSAL.

Na indústria aeronáutica, o projecto de uma asa de um avião de transporte de longo curso reveste-se de particular importância, pelos objectivos descritos anteriormente. Um grande número de perfis alares é desenhado e vários testes preliminares são realizados (experimentação computacional). Destes, dois ou três perfis são seleccionados para experimentação em túnel aerodinâmico. A optimização de um destes conduzirá à forma definitiva. No caso de se pretender aplicar técnicas de LFC, a fase de escolha do perfil assume ainda uma maior relevância. É, portanto, indispensável dispôr de um método relativamente barato do ponto de vista computacional, mas permitindo, simultaneamente, um cálculo suficientemente preciso da camada limite laminar. Um método com crescente utilização neste campo foi desenvolvido por Cebeci e Kaups [42]. Este permite efectuar o cálculo de camadas limites laminares, compressíveis sobre asas finitas em flecha com sucção. Por esta razão o método de Cebeci-Kaups foi escolhido para este trabalho. Contudo, algumas modificações foram incorporadas, tendo em vista uma mais apropriada geração dos perfis de camada limite, de modo a facilitar uma posterior análise de estabilidade baseada no método e^N. A adequabilidade, para uma análise de estabilidade, do método Cebeci-Kaups, será investigada. Subsequentemente, proceder-se-á à análise de estabili-

dade da camada limite sobre uma asa em flecha, com base no método e^N. Serão utilizadas as estratégias de integração para máxima taxa de amplificação da perturbação, e para perturbações com frequência e comprimento de onda constantes. As duas técnicas serão detalhadamente comparadas, e as suas vantagens discutidas. A contribuição de perturbações estacionárias para a transição da camada limite sobre uma asa em flecha será igualmente investigada.

2 Modelo físico-matemático

2.1 Camada limite laminar compressível sobre asas em flecha

As equações que descrevem um escoamento de camada limite, compressível, são as equações de continuidade, as equações de Navier-Stokes e a equação da energia, assumindo a aproximação de camada de corte delgada. Quando escritas na forma estacionária, num referencial (z, θ, y), vide Figura 1, vêm:

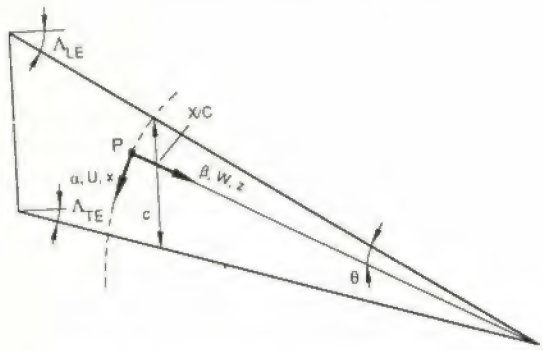

figura 1 **Sistema de coordenadas e Geometria da asa planificada**

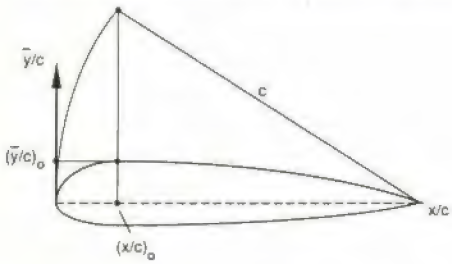

figura 2 **Definição da Geometria do Perfil Alar**

- continuidade

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho z W)+\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho U)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho z V)=0 \qquad (1)$$

- quantidade de movimento segundo z

$$\rho W\frac{\partial W}{\partial z}+\rho\frac{U}{z}\frac{\partial W}{\partial \theta}+\rho V\frac{\partial W}{\partial y}-\rho\frac{U^2}{z}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial W}{\partial y}\right) \qquad (2)$$

- quantidade de movimento segundo θ

$$\rho W\frac{\partial U}{\partial z}+\rho\frac{U}{z}\frac{\partial U}{\partial \theta}+\rho V\frac{\partial U}{\partial y}+\rho\frac{WU}{z}= -\frac{1}{z}\frac{\partial P}{\partial \theta}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial U}{\partial y}\right) \qquad (3)$$

- energia

$$\rho W\frac{\partial H}{\partial z}+\rho\frac{U}{z}\frac{\partial H}{\partial \theta}+\rho V\frac{\partial H}{\partial y}= \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\mu}{Pr}\frac{\partial H}{\partial y}+\mu\left(1-\frac{1}{Pr}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{W^2+U^2}{2}\right)\right] \qquad (4)$$

sendo H a entalpia total e assumindo a aproximação $\partial P/\partial z=0$. O ar é tratado como um gás perfeito, a viscosidade é obtida através da lei de Sutherland e o número de Prandtl é considerado constante. As condições de fronteira são dadas por:

$$y=0: \quad W=0 \quad V=V_w \quad U=0 \quad \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)_w=0 \qquad (5a)$$

$$y\to\delta: \quad W\to W_e \quad U\to U_e \quad H\to H_e \qquad (5b)$$

Para ultrapassar o problema da singularidade ao longo da linha de estagnação, a equação (3) é derivada em ordem a θ, obtendo-se a partir de (1)-(4) um novo conjunto de equações, impondo $U=0$, aplicável ao longo desta linha [42].

O cálculo da camada limite é efectuado sobre a superfície planificada da asa, definida em função dos ângulos de flecha Λ_{LE} e Λ_{TE}, para os bordos de ataque e fuga respectivamente. O escoamento de camada limite é analisado recorrendo a uma transformação de semelhança. Deste modo, a complexidade do problema é apreciávelmente reduzida, possibilitando que as equações que regem o escoamento tridimensional sejam escritas de um modo semelhante às de um escoamento bidimensional. Assume-se, fundamentalmente, que a asa planificada apresenta uma forma trapezoidal e que o gradiente de pressão ao longo da envergadura é desprezável. Assim, é possível eliminar a velocidade normal à superfície da asa como condição fronteira, a qual acopulava todas as variáveis, tornando-a um parâmetro das novas equações. Todavia, este tipo de análise não é aplicável às secções extremas da asa (raiz e bordo marginal). A semelhança da forma das secções, ignorando-se a torção da asa, bem como da distribuição de sucção (se considerada), são restrições impostas pelo presente método.

A introdução da variável da semelhança η e de um potencial vector (Ψ, Φ), definidos por:

$$d\eta=\left(\frac{W_e}{\rho_e\mu_e z}\right)^{1/2}\rho\, dy \qquad (6)$$

$$\Psi=z^{3/2}\left(\rho_e\mu_e W_e\right)^{1/2} f(\eta,\theta) \quad , \quad f'=\frac{W}{W_e} \qquad (7a)$$

$$\Phi=z^{3/2}\left(\rho_e\mu_e W_e\right)^{1/2}\frac{U_e}{W_e}\, g(\eta,\theta) \quad , \quad g'=\frac{U}{U_e} \qquad (7b)$$

permite tornar as equações que regem o escoamento independentes de z, podendo a solução ser obtida na direcção θ, a partir do bordo de ataque.

As equações resultantes da transformação poderão ser encontradas em [42].

2.1.1 Modelo numérico

Para a resolução das equações de camada limite resultantes é utilizado, na sua discretização, o método de diferenças finitas conhecido por "Keller box method", o qual é adequado à resolução de equações às derivadas parciais parabólicas, obtendo-se uma precisão de $O(h^2)$. Detalhes deste método poderão ser encontrados em [43, 44].

A discretização é efectuada numa malha (vide Figura 3), cujo espaçamento entre nós é dado por uma

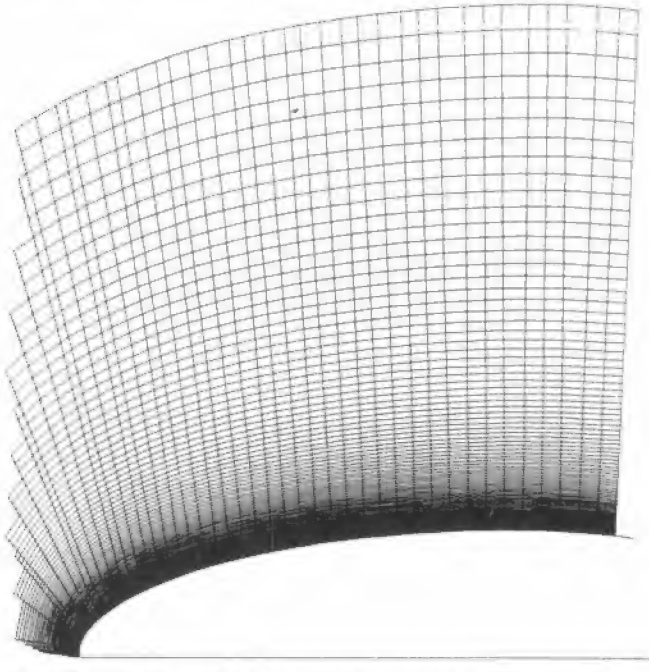

figura 3 **Malha utilizada no cálculo da camada limite. Factor de ampliação da dimensão perpendicular à superfície: 100.**

progressão geométrica de razão constante, a qual é adequada para o fim último de análise de estabilidade.

2.2 Estabilidade linear da camada limite tridimensional compressível

A derivação das equações para a análise de estabilidade linear [26] é efectuada a partir das equações de continuidade, Navier-Stokes, e energia para um fluido viscoso, condutor de calor, tomado como um gás perfeito, num sistema de coordenadas cartesianas.

As quantidades instantâneas são decompostas nas suas componentes referentes ao campo médio e flutuações não-estacionárias: $U=\overline{U}+u$, e análogamente para V, W, T, P, ρ, μ, λ, e k. Assumindo escoamento quase-paralelo:

$$\overline{U}=\overline{U}(y) \;;\qquad \overline{T}=\overline{T}(y)$$
$$\overline{V}=0 \;;\qquad \overline{P}=\overline{P}(x,z) \qquad (8)$$
$$\overline{W}=\overline{W}(y)$$

as variáveis instantâneas são substituidas nas equações de continuidade, quantidade de movimento, energia e estado pela sua forma decomposta e, seguidamente, os termos apenas referentes ao campo médio são subtraidos às equações resultantes, originando as equações para as flutuações, envolvendo u, v, w, θ, p. Os coeficientes de viscosidade e condutividade térmica são considerados apenas função da temperatura, pelo que as suas correspondentes flutuações podem ser escritas como:

$$\mu'=\frac{d\overline{\mu}}{d\overline{T}}\theta \;;\quad \lambda'=\frac{d\overline{\lambda}}{d\overline{T}}\theta \;;\quad k'=\frac{d\overline{k}}{d\overline{T}}\theta \qquad (9)$$

As equações resultantes são adimensionalizadas em relação a U_e e δ^* (definição compressível ou incompressível), e aos valores exteriores à camada limite das variáveis de estado; os coeficientes de viscosidade são tornados adimensionais através de μ_e e a condutibilidade térmica através de $C_p\mu_e$. As equações são linearizadas, ou seja, termos quadráticos nas flutuações são desprezados, vindo então:

- continuidade:

$$\frac{\partial r}{\partial t}+\overline{\rho}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+v\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial y}+\overline{U}\frac{\partial r}{\partial x}+\overline{W}\frac{\partial r}{\partial z}=0 \qquad (10)$$

- quantidade de movimento segundo x:

$$\begin{aligned}\overline{\rho}\left(\frac{\partial u}{\partial t}+\overline{U}\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial\overline{U}}{\partial y}+\overline{W}\frac{\partial u}{\partial z}\right)&=\\ -\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{R}\Bigg[2\overline{\mu}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\overline{\mu}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right)&\\ +\frac{2}{3}(\overline{\lambda}-\overline{\mu})\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{dx\partial z}\right)+\frac{d\overline{\mu}}{d\overline{T}}\frac{d\overline{T}}{dy}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)&\\ +\frac{d\overline{\mu}}{d\overline{T}}\left(\frac{d^2\overline{U}}{dy^2}\theta+\frac{d\overline{U}}{dy}\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)+\frac{d^2\overline{\mu}}{d\overline{T}^2}\frac{d\overline{T}}{dy}\frac{d\overline{U}}{dy}\theta\Bigg]&\end{aligned} \qquad (11)$$

- quantidade de movimento segundo y:

$$\begin{aligned}\overline{\rho}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+\overline{U}\frac{\partial v}{\partial x}+\overline{W}\frac{\partial v}{\partial z}\right)&=\\ -\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{R}\Bigg[2\overline{\mu}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\overline{\mu}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{dy\partial z}\right)&\\ +\frac{2}{3}(\overline{\lambda}-\overline{\mu})\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial z}\right)+&\\ +\frac{d\overline{\mu}}{d\overline{T}}\left(2\frac{d\overline{T}}{dy}\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial\overline{U}}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\frac{d\overline{W}}{dy}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)+&\\ +\frac{2}{3}\left(\frac{d\overline{\lambda}}{d\overline{T}}-\frac{d\overline{\mu}}{d\overline{T}}\right)\frac{d\overline{T}}{dy}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\Bigg]&\end{aligned} \qquad (12)$$

- quantidade de movimento segundo z:

$$\begin{aligned}\overline{\rho}\left(\frac{\partial w}{\partial t}+\overline{U}\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{d\overline{W}}{dy}+\overline{W}\frac{\partial w}{\partial z}\right)&=\\ -\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{R}\Bigg[2\overline{\mu}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\overline{\mu}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y\partial z}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}\right)&\\ +\frac{2}{3}(\overline{\lambda}-\overline{\mu})\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y\partial z}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}\right)+&\\ +\frac{d\overline{\mu}}{d\overline{T}}\frac{d\overline{T}}{dy}\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)+&\\ +\frac{d\overline{\mu}}{d\overline{T}}\left(\frac{d^2\overline{W}}{dy^2}\theta+\frac{d\overline{W}}{dy}\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)+\frac{d^2\overline{\mu}}{d\overline{T}^2}\frac{d\overline{T}}{dy}\frac{d\overline{W}}{dy}\theta\Bigg]&\end{aligned} \qquad (13)$$

- energia:

$$\bar{\rho}\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}+\bar{U}\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}+\bar{W}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)=$$
$$-(\gamma-1)\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+$$
$$+\frac{\gamma\bar{\mu}}{PrR}\left[\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}+\frac{1}{\bar{k}}\frac{d\bar{k}}{d\bar{T}}\frac{d^2\bar{T}}{dy^2}\theta+\right.$$
$$\left.+\frac{2}{\bar{k}}\frac{d\bar{k}}{d\bar{T}}\frac{d\bar{T}}{dy}\frac{\partial\theta}{\partial y}+\frac{1}{\bar{k}}\frac{d^2\bar{k}}{d\bar{T}^2}\left(\frac{d\bar{T}}{dy}\right)^2\theta\right]+ \tag{14}$$
$$+\frac{\gamma(\gamma-1)M_e^2}{R}\left[2\bar{\mu}\frac{d\bar{U}}{dy}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\right.$$
$$\left.+2\bar{\mu}\frac{d\bar{W}}{dy}\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\frac{d\bar{\mu}}{d\bar{T}}\left(\frac{d\bar{U}}{dy}\right)^2\theta+\frac{d\bar{\mu}}{d\bar{T}}\left(\frac{d\bar{W}}{dy}\right)^2\theta\right]$$

- equação de estado:

$$p=\frac{r}{\bar{\rho}}+\frac{\theta}{\bar{T}} \tag{15}$$

Estas equações admitem soluções da forma harmónica:

$$[u,v,w,p,r,\theta]^T= \tag{16}$$
$$[\hat{u}(y),\hat{v}(y),\hat{w}(y),\hat{p}(y),\hat{r}(y),\hat{\theta}(y)]^T exp\left[i(\int\alpha dx+\int\beta dz-\omega t)\right]$$

com condições de fronteira, por exemplo:

$$y=0: \qquad u,v,w,r,\theta=0$$
$$y\rightarrow\infty: \qquad u(y),v(y),w(y),r(y),\theta(y)=0 \tag{17b}$$

As equações finais [26] resultam da substituição das expressões (16)-(17) nas equações (10)-(15).

As funções $\hat{u}(y)$, $\hat{v}(y)$, $\hat{w}(y)$, $\hat{p}(y)$, $\hat{r}(y)$ e $\hat{\theta}(y)$, são usualmente designadas por funções próprias ou funções de amplitude, na medida em que descrevem a distribuição da amplitude das perturbações através da camada limite. As soluções harmónicas consideradas apresentam, no caso geral, números de onda nas direcções x e z, respectivamente α e β, e frequência ω, complexos. No entanto, caso sejam reais, a perturbação será estável, propagando-se no plano (x, z) com velocidade e amplitude máxima constante (estabilidade neutral). Pelo contrário, se α, β, ω forem complexos, a amplitude da perturbação variará à medida que esta se propaga. A procura deste tipo de soluções resulta num problema de valores próprios $\omega=\omega(\alpha,\beta)$ envolvendo seis quantidades. Contudo, apenas duas destas podem ser determinadas da solução do problema de valores próprios, pelo que as restantes terão de ser especificadas de alguma forma. Assim, surgem duas teorias:

i) Teoria da Amplificação Temporal:

$$u=\hat{u}(y).exp[\omega_i t].\ exp\left[i\left(\int\alpha dx+\int\beta dz-\omega_r t\right)\right]$$
$$\omega=\omega_r+i\omega_i\ , \qquad \alpha=\alpha_r\ , \qquad \beta=\beta_r$$

módulo do vector número de onda

$$|\mathbf{k}|=\left(\alpha^2+\beta^2\right)^{1/2}$$

ângulo entre o vector número de onda e a direcção x

$$\psi_w=tg^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

A amplitude da perturbação variará no tempo com uma taxa ω_i, tal que:

$$\frac{1}{A}\frac{dA}{dt}=\omega_i$$

$\omega_i<0$ → a perturbação é amortecida
$\omega_i=0$ → a perturbação é estável
$\omega_i>0$ → a perturbação é amplificada

ii) Teoria da Amplificação Espacial:

$$u=\hat{u}(y).exp\left[-\left(\int\alpha_i dx+\int\beta_i dz\right)\right].exp\left[i\left(\int\alpha_r dx+\int\beta_r dz-\omega_r t\right)\right]$$
$$\omega=\omega_r\ , \qquad \alpha=\alpha_r+i\alpha_i\ , \qquad \beta=\beta_r+i\beta_i$$

A perturbação será amplificada (ou amortecida) nas direcções x e/ou z dependendo dos valores de α_i e β_i. Apesar de esta teoria ter um maior significado físico do que a anterior, implica uma análise mais complexa.

2.2.1 Modelo numérico

O método utilizado neste trabalho, o COSALX [40,41], permite a análise da estabilidade linear de camadas limites tridimensionais. Os perfis de velocidade e temperatura da camada limite poderão ser gerados pelo método proposto por Cebeci e Kaups [42].

Pela razão apontada em 2.2, é seguida a teoria da amplificação temporal. No entanto, é utilizada a transformação de Gaster [35], a qual permite efectuar a conversão da amplificação temporal na sua correspondente espacial:

$$\frac{d}{dt}=|Re(\mathbf{V}_g)|\frac{d}{dx_g} \tag{18}$$

sendo $\mathbf{V}_g=(\partial\omega/\partial\alpha,\ \partial\omega/\partial\beta)$ o vector grupo-velocidade. Assim, resulta a amplificação espacial na direcção do vector grupo-velocidade:

$$(-\alpha_i)_g=\frac{\omega_i}{|Re(\mathbf{V}_g)|} \tag{19}$$

As equações (10)-(17) podem ser escritas na forma matricial [36, 37]:

$$A.D^2\boldsymbol{\phi}+B.D\boldsymbol{\phi}+C.\boldsymbol{\phi}=0 \tag{20}$$

sendo discretizadas, numa malha desfasada perpendicular à superfície, num esquema de diferenças finitas com uma precisão de $O(h^2)$.

O problema de valores próprios, introduzido em 2.2, é resolvido da seguinte forma:

i) Não havendo uma boa aproximação inicial para o valor próprio, é resolvido o problema generalizado, ou seja:

$$\left(B^{-1}A-\omega I\right)\boldsymbol{\phi}=0 \tag{21}$$

sendo ω o valor próprio (complexo) e I a matriz identidade. É utilizado um método espectral, o qual é globalmente convergente;

ii) Havendo uma boa aproximação inicial para o valor próprio, é utilizado um método de convergência cúbica, baseado num processo iterativo ("Inverse Rayleigh Iteration"), para melhorar aquele valor, ou seja:

$$(A-\omega_k B)\boldsymbol{\phi}^{(k+1)}=B\boldsymbol{\phi}^{(k)}$$

$$(A-\omega_k B)^T \boldsymbol{\psi}^{(k+1)}=B^T \boldsymbol{\psi}^{(k)} \qquad (22)$$

$$\omega_{k+1}=\omega_k-\frac{\left|\boldsymbol{\psi}^{(k+1)}.(A-\omega_k B)\boldsymbol{\phi}^{(k+1)}\right|}{\left|\boldsymbol{\psi}^{(k+1)}.\boldsymbol{\phi}^{(k+1)}\right|}$$

A análise de estabilidade linear permite a utilização do método e^N na previsão da transição do escoamento laminar para turbulento. Como se referiu anteriormente, este método consiste essencialmente na integração das taxas de amplificação da perturbação no escoamento. Em escoamentos tridimensionais a referida integração pode ser efectuada segundo diferentes estratégias. De entre as várias opções possíveis apenas se fará referência áquelas utilizadas no decorrer do presente trabalho:

i) Máxima Taxa de Amplificação

Impondo inicialmente a orientação da perturbação relativamente ao escoamento exterior, ψ_d, e o seu comprimento de onda, λ_w, é procurada, para a estação inicial, uma perturbação amplificada ($\omega_i>0$). Quando esta é encontrada, a integração é efectuada sucessivamente (até à estação final, ou até se encontrar uma região estável) para as perturbações, com a frequência pretendida, apresentando a maior taxa de amplificação em cada estação. Tal é conseguido através do grupo-velocidade;

ii) Frequência constante e Comprimento de Onda Constante

Impondo inicialmente ψ_d e fixando λ_w é procurada, para a estação inicial, uma perturbação amplificada. Quando esta é encontrada, são efectuadas iterações, alterando a orientação da perturbação, por forma a que a perturbação (instável) apresente não só o λ_w inicialmente imposto como também a frequência pretendida. Esta é, então, seguida na integração (até à estação final, ou até se encontrar uma região estável).

As diferentes estratégias de integração do factor N advêm do facto de que este não se encontra completamente definido, sem que se imponha a forma da perturbação a seguir em cada ponto, sobre a asa, e se defina o caminho de integração. Foi referido em 2.2, que a relação que exprime o problema de valores próprios envolve três quantidades complexas α, β e ω, fornecendo apenas duas relações reais entre estes parâmetros. Para o caso em questão, a Teoria da Estabilidade Temporal, impõe-se, como igualmente se mencionou, que α e β sejam reais, o que fornece duas condições adicionais. Restam então, dois parâmetros arbitrários entre α_r, β_r, ω_r e ω_i. Esta arbitrariedade pode, assim, ser resolvida de várias maneiras, mas é igualmente importante que a solução não seja desprovida de significado físico.

Então, o factor N é calculado da seguinte forma:

$$N=ln\left(\frac{A}{A_o}\right)=\int_{s_o}^{s_t}\frac{\omega_i}{|Re(\mathbf{V}_g)|}\,ds \qquad (23)$$

3 Resultados

Com o objectivo de testar as possibilidades do presente método foi efectuada, numa primeira fase, um cálculo para o extradorso de uma asa em flecha. Trata-se de uma asa infinita, apresentando uma flecha $\Lambda_{LE}=\Lambda_{TE}=18°$, num escoamento a número de Mach, $M_\infty=0.7$. Prescreveram-se as condições iniciais e fronteira necessárias à aplicação do método, nomeadamente a descrição da geometria $(y/c)_0$ *vs* $(x/c)_0$, a distribuição de Cp e parâmetros do escoamento não perturbado, tais como P_∞, T_∞ e Pr. O cálculo da camada limite permite obter as componentes radial e circunferencial da velocidade inviscida, bem como os perfis de velocidade/temperatura e suas primeira e segunda derivadas, necessários para uma posterior análise de estabilidade. Com estes valores são calculados os parâmetros integrais de camada limite, espessura de deslocamento e espessura de momento, assim como os coeficientes de tensão de corte superficial nas direcções circunferencial e radial. De todas estas grandezas, para a análise de estabilidade, ver equações (10)-(15), só interessa reter os perfis de velocidade e temperatura e suas derivadas, e a espessura de deslocamento como escala de adimensionalização.

As Figuras 4a) e 4b) mostram, respectivamente, a

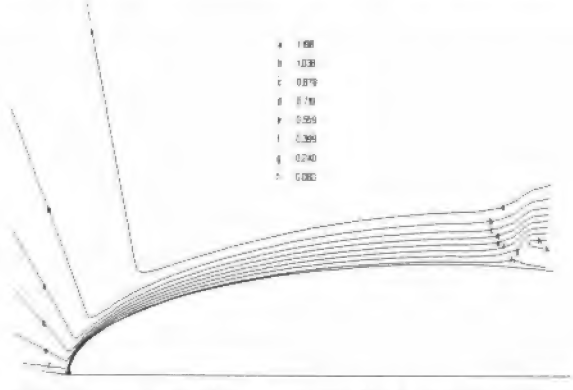

figura 4a Curvas de nivel de numero de Mach através da Camada Limite. Factor de Ampliação da Dimensão Perpendicular à Superficie:100

distribuição de curvas de nível de número de Mach e temperatura, sobre o extradorso da asa, onde é notório o princípio de separação da camada limite para valores apreciáveis da corda. As figuras 5a) e 5b) reportam os coeficientes de tensão de corte superficial respectivamente nas direcções circunferencial e radial sobre o extradorso da asa. Note-se que a separação se inicia para os perfis de velocidade na direcção circunferencial, o que está de acordo com as Figuras 4a) e 4b).A título de exemplo, apresentam-se também perfis

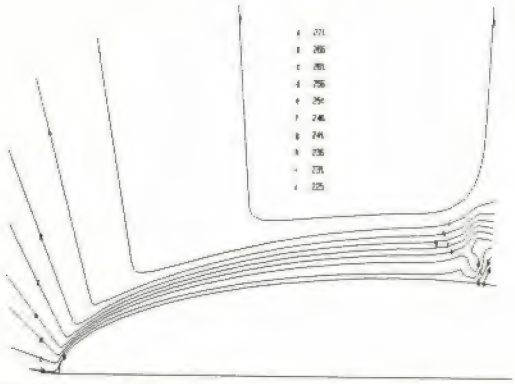

figura 4b Curvas de Nível de Temperatura através da Camada Limite. Temperatura em Kelvin. Factor de Ampliação da Dimensão Perpendicular à superfície: 100 .

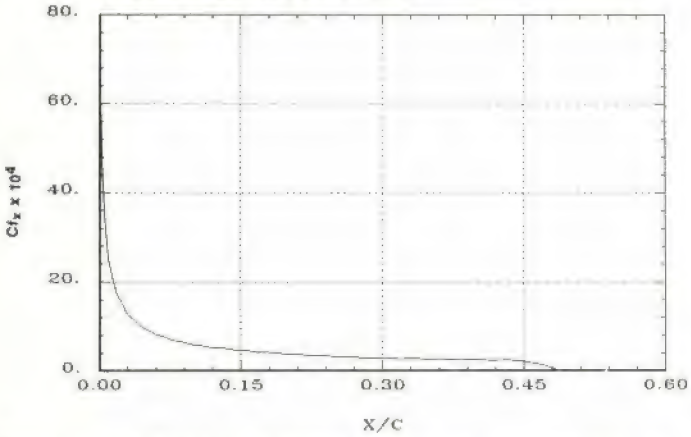

figura 5a Evolução do Coeficiente de Tensão de Corte Superficial, na Direcção Circunferencial, ao longo da corda

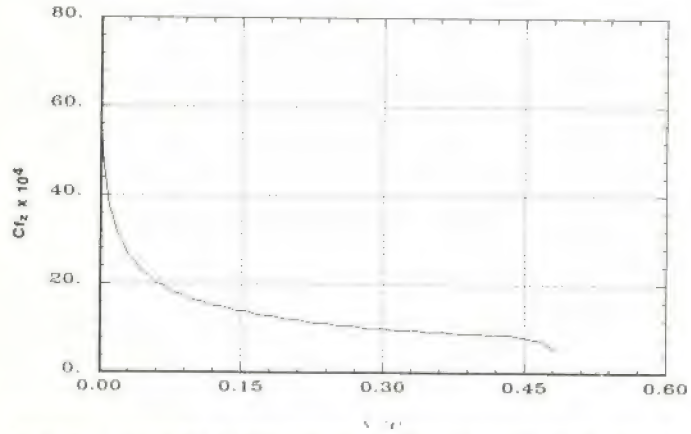

figura 5b Evolução do Coeficiente de Tensão de Corte Superficial, na Direcção Radial, ao longo da corda

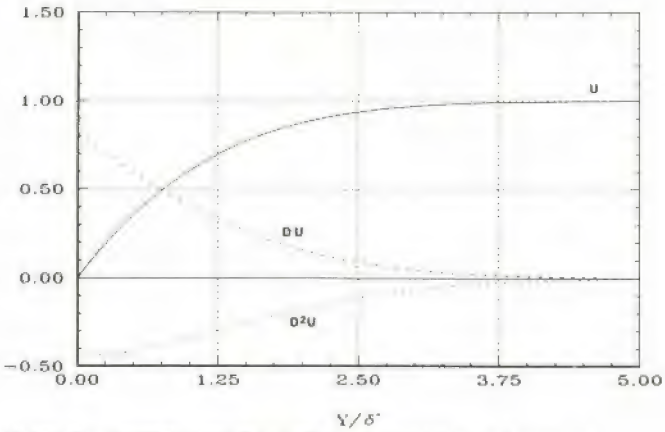

figura 6a Perfil de velocidade Circunferencial e Derivadas, a X/C = 0.00004 sobre o Extradorso

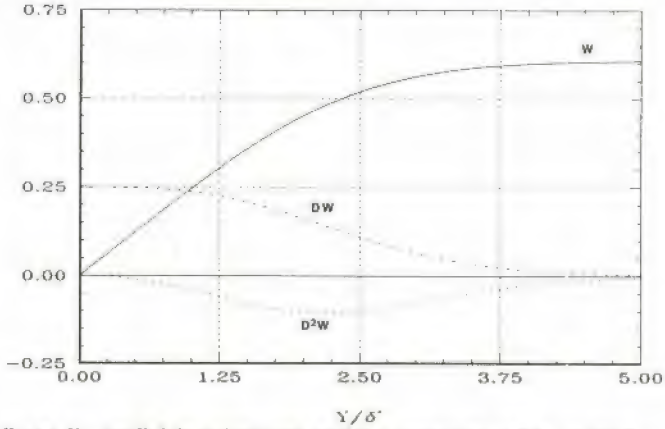

figura 6b Perfial de Velocidade Radial e Derivadas, a X/C = 0.0016 sobre o Extradorso

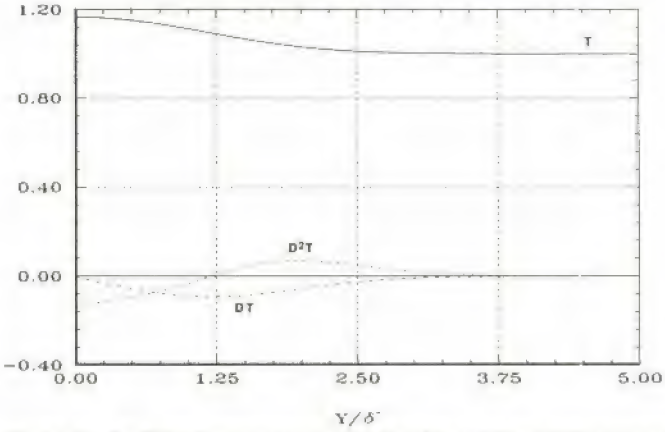

figura 6c Perfil de Temperaturas e Derivadas, a X/C = 0.2995 sobre o Extradorso

adimensionais de velocidade circunferencial e radial e de temperatura e suas derivadas (vide Figuras 6a)-6c)), para diferentes estações sobre o extradorso da asa, utilizados na subsequente análise de estabilidade.

Na medida em que se trata de uma asa em flecha, apresentando regiões de elevado gradiente de pressão ao longo da corda (favorável junto ao bordo de ataque), verifica-se o desenvolvimento de um perfil de velocidade de corrente cruzada. Na região do bordo de ataque, as linhas de corrente são deflectidas devido a gradientes de pressão na direcção da envergadura. Na camada limite o fluido é retardado junto à superfície, sendo assim ainda mais deflectido, dando origem a um perfil de velocidade perpendicular à direcção das linhas de corrente. Este tipo de perfil (vide Figura 7) apresenta ponto de inflexão, pelo que é dinâmicamente instável. De facto, apenas uma pequena quantidade de escoamento de corrente cruzada ("crossflow", CF) é necessária para que se verifiquem instabilidades deste tipo.

Além de instabilidades CF, as quais são características de camadas limites tridimensionais, verificam-se igualmente instabilidades do tipo invíscido (relacionadas com perfis exibindo ponto de inflexão) e viscoso mais semelhantes àquelas que surgem em camadas limites bidimensionais, embora modificadas devido à presença de escoamento CF. Este tipo de instabilidade, usualmente designada por Tollmien-Schlichting (TS) ou "streamwise", engloba todas as instabilidades que não estejam associadas a

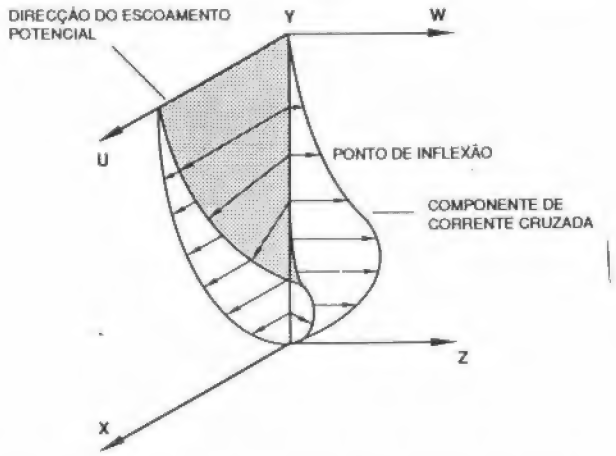

figura 7 **Representação esquemática dos perfis de velocidade**

escoamento CF ou à inversão do escoamento. Típicamente, para uma asa em flecha, a região de instabilidades do tipo TS surge mais tarde do que a das do tipo CF.

A Figura 8 mostra as previsões das taxas de

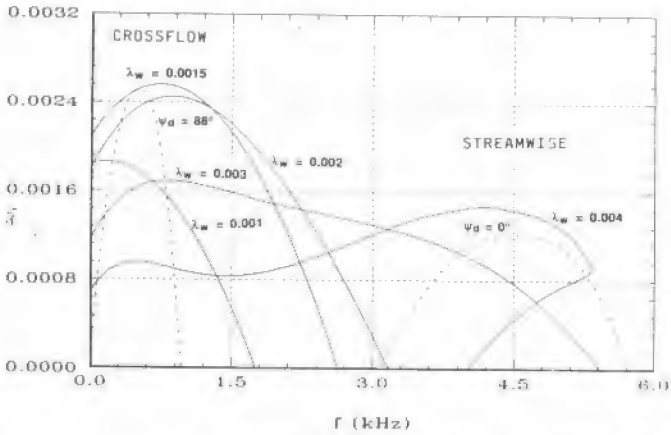

figura 8 **Taxas de Amplificação Temporal em função da Frequência da Perturbação, para diferentes Comprimentos de Onda, a X/C = 0.1223 sobre o Intradorso**

amplificação (temporais) verificadas para diversos comprimentos de onda de perturbações, em função da frequência destas. Refere-se a $X/C = 0.1223$, sobre o intradorso do perfil, o que permite observar perturbações quer do tipo CF, quer do tipo TS. As instabilidades do tipo CF são claramente dominantes, verificando-se para menores comprimentos de onda, mas não tão reduzidos como para as primeiras estações, e atingindo as máximas taxas de amplificação mais ou menos próximo de $\psi_d = 88°$. Estas são obtidas para ondas com uma frequência de aproximadamente 1 kHz, embora as ondas de frequência zero (perturbações estacionárias) apresentem também elevada amplificação, correspondendo mesmo à máxima para $\lambda_w = 0.001$. Relevante é igualmente a curva para $\lambda_w = 0.004$, apresentando dois máximos, e sendo já, para este comprimento de onda, mais importantes as instabilidades do tipo TS. Note-se também que se verifica amplificação das perturbações, ainda para o mesmo comprimento de onda, com uma orientação em relação ao escoamento exterior $\psi_d < 0$, mas para menores frequências do que para $\psi_d = 0$. Para esta perturbação a máxima taxa de amplificação, na referida estação, é atingida para $\psi_d = 38°$, uma perturbação do tipo TS oblíqua. Uma importante conclusão, que se retira também da Figura 8, é a de que a banda de frequências possíveis para uma perturbação alinhada com o escoamento exterior é mais alargada do que aquela para uma perturbação com uma orientação próxima da direcção típica CF. Estes resultados, não só para esta estação específica, mas ao longo de toda a corda, constituem uma indicação de grande relevância para a pesquisa de perturbações relevantes no processo de transição, atendendo a que não se possuem à priori estimadores das suas frequências e comprimentos de onda, competindo ao investigador descobri-las através de um cálculo interactivo.

A investigação da transição é efectuada, como já se referiu, recorrendo a um método semi-empírico, o método e^N, em conjunto com a teoria linear da estabilidade. De acordo com o mencionado em 2.2.1, uma das hipóteses, para proceder à integração para a obtenção do factor N, consiste em integrar sucessivamente as taxas de amplificação máxima para uma dada frequência. A Figura 9 mostra os factores N, para máxima taxa de am-

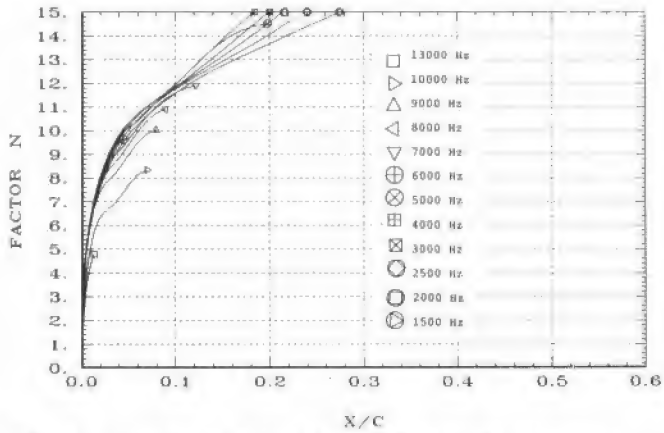

figura 9 **Evolução do Factor N, para perturbações de diversas frequências, pelo Método da Máxima Taxa de Amplificação, sobre o Extradorso.**

plificação, abrangendo uma larga banda de frequências das perturbações, para o extradorso do perfil. Resultados semelhantes foram obtidos para o intradorso. As integrações são interrompidas ao atingir-se a região estável. Note-se como as instabilidades com uma frequência mais elevada rápidamente se tornam estáveis à medida que nos afastamos da região de elevada curvatura. Os valores mostram-se elevados a pouca distância do bordo de ataque. De facto, admitindo válido o critério de que a ocorrência de transição se verifica para $N \approx 9$, esta verificar-se-ia apenas a 4~6% da corda. Tal critério, contudo, não é universal. Além disso, o método de seguir uma perturbação periódica no tempo e não no espaço, constitui uma estratégia de integração do factor N desprovida de significado físico.

Para o caso de perturbações de frequência e comprimento de onda constantes é significativo estabelecer a diferença entre aquelas que apresentam uma orientação típica de CF, e as restantes designadas por TS. Para estas últimas, as perturbações significativamente amplificadas encontradas são escassas, apresentando comprimentos de onda relativamente mais elevados, e iniciando a amplificação bastante tarde. Perturbações exibindo maiores comprimentos de onda iniciam a sua amplificação mais a

juzante. Estas evoluções estão representadas na Figura 10, para o extradorso do perfil. A banda de perturbações

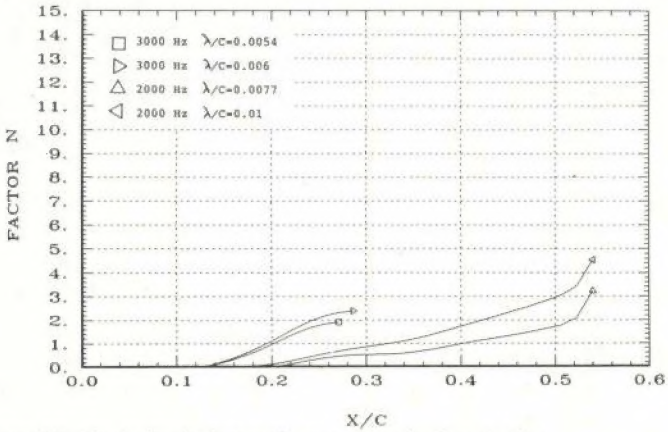

figura 10 Evolução do factor N, para perturbações do tipo Tollmien-Schlichting de Frequência e Comprimento de Onda Constantes, sobre o Extradorso.

amplificadas do tipo CF é bastante mais interessante. Os resultados de uma investigação mais intensiva estão expressos na Figura 11 para o intradorso do perfil.

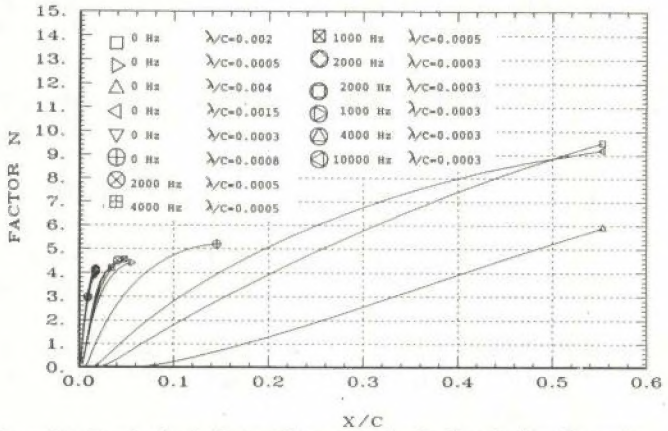

figura 11 Evolução do factor N, para perturbações do tipo Corrente Cruzada de Frequência e Comprimento de Onda constantes, sobre o Intradorso.

Destaque-se que, para comprimentos de onda suficientemente baixos, ou seja $0.0003 < \lambda_W < 0.0005$, as taxas de amplificação são elevadas, aproximando-se mesmo dos valores obtidos através do método da máxima taxa de amplificação. A dependência da frequência não é particularmente relevante, parecendo apenas que uma perturbação com uma frequência mais elevada se torna estável mais cedo, a exemplo do verificado para o método da máxima taxa de amplificação, embora esse efeito não seja agora tão evidente. De facto, para perturbações dentro da gama de comprimentos de onda acima referida, a região estável é invariávelmente atingida muito perto do bordo de ataque, quedando-se o factor N por valores sempre inferiores a 5 para o intradorso e 8 para o extradorso. Importante é a dependência, já observada para TS, em relação ao comprimento de onda. Perturbações de comprimento de onda superior aos acima referidos iniciam a amplificação claramente mais longe do bordo de ataque, atingem a região estável igualmente mais longe (para os maiores λ_W investigados não chegam mesmo a atingi-la), mas apresentam taxas de amplificação muito inferiores, implicando valores do factor N relevantes apenas a 50~60% da corda.

Assim, estes valores do factor N foram considerados situarem-se abaixo dos limites adequados.

4 Conclusões

Uma análise baseada na teoria linear da estabilidade do escoamento na camada limite tridimensional compressível sobre uma asa em flecha de um avião a Mach igual a 0.7 foi resumidamente apresentada e discutida.

Duas estratégias diferenciadas de integração do factor N, máxima taxa de amplificação e frequência e comprimento de onda constantes, foram extensivamente comparadas. O método da máxima taxa de amplificação produz valores muito elevados do factor N ainda próximo da região do bordo de ataque da asa em flecha. A estratégia de integração para frequência e comprimento de onda constantes produz valores do factor N bastante mais reduzidos. Esta última apresenta, no entanto, um maior significado físico. Uma investigação da transição utilizando a referida estratégia de integração é mais complexa, uma vez que se verifica a possibilidade de seguir uma perturbação com uma orientação típica de corrente cruzada ou Tollmiem-Schlichting, bem como uma significativa dependência do valor do comprimento de onda. Contudo, para uma asa em flecha, as perturbações do tipo corrente cruzada são, em geral, dominantes.

Agradecimentos

A presente comunicação representa parte do trabalho elaborado pelos autores no âmbito do projecto Brite/Euram "ELFIN" da Comissão das Comunidades Europeias.

Referências

[1] Schlichting, H. (1979). *Boundary Layer Theory, 7th Ed.*, McGraw-Hill.

[2] Schubauer, G.B., Skramstad, H.K. (1947). Laminar Boundary-Layer Oscillations and Transition on a Flat Plate, *J. Res. Nat. Bur. Stand*, **38**, 251.

[3] Lin, C.C. (1945). On the Stability of Two-Dimensional Parallel Flows, Part I, II, III, *Quart. Aplied Math.*, **3**, 117, 218, 277.

[4] Bouthier, M. (1972/73). Stabilité Linéaire des Écoulements Presque Paralléles, Partie I, II, *J. Mécanique*, **3**, 599, **12**, 75.

[5] Jordinson, R. (1970). The Flat Plate Boundary Layer. Part 1. Numerical Integration of the Orr-Sommerfeld Equation, *J. Fluid Mech.*, **43**, 801.

[6] Barry, M.D.J., Ross, M.A.S. (1970). The Flat Plate Boundary Layer. Part 2. The effect of Increasing Thickness on Stability, *J. Fluid Mech.*, **43**, 813.

[7] Ross, J.A., Barnes, F.H., Burns, J.G., Ross, M.A.S. (1970). The Flat Plate Boundary Layer. Part 3. Comparison of Theory with Experiment, *J. Fluid Mech.*,**43**, 819.

[8] Ross, M.A.S., Corner, D.F. (1971/72). Eingenvalue and Eigenvector Solutions of a Wave System in a Non-Linear Dissipative Medium, *Proc. R.S.E.*, **70**, **24**, 251.

[9] Gaster, M. (1974). On the Effects of Boundary-Layer Growth on Flow Stability, *J. Fluid Mech.*, **66**, 465.

[10] Gaster, M. (1965). On the Generation of Spatially Growing Waves in a Boundary Layer, *J. Fluid Mech.*, **21**, 433.

[11] Gill, A.E. (1965). A Mechanism for Instability of Plane Couette Flow and Poiseuille Flow in a Pipe, *J. Fluid Mech.*, **21**, 503.

[12] Davey, A. (1973). A Simple Numerical Method for Solving Orr-Sommerfeld Problems, *Quart. J. Mech. Apl. Math.*, **26**, 401.

[13] Murdock, J.W., Stewartson, K. (1977). Spectra of the Orr-Sommerfeld Equation, *Phys. Fluids*, **20**, 1404.

[14] Orszag, S.A. (1971). Accurate Solution of the Orr-Sommerfeld Stability Equation, *J. Fluid Mech.*, **50**, 689.

[15] Lees, L., Reshotko, E. (1962). Stability of the Compressible Laminar Boundary Layer, *J. Fluid Mech.*, **12**, 555.

[16] Malik, M.R., Wilkinson, S.P., Orszag, S.A. (1981). Instability and Transition in Rotating Disk Flow, *AIAA J.*, **19**, 1131.

[17] Gregory, N., Stuart, J.T., Walker, J.S. (1955). On the Stability of Three Dimensional Boundary Layers with Aplication to the Flow Due to a Rotating Disk, *Phil. Trans. Roy. Soc., Ser. A*, **248**, 155.

[18] Collier, F.S. Jr. (1988). *Curvature Effects on the Stability of Three-Dimensional Laminar Boundary Layers*, Ph. D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute.

[19] Collier, F.S., Malik, M.R. (1988). *Curvature Effects on the Stability of Three-Dimensional Laminar Boundary Layers*, Cesme Turkey.

[20] Gaster, M. (1968). The Development of Three-Dimensional Wave Packets in a Boundary Layer, *J. Fluid Mech.*, **32**, 173.

[21] Nayfeh, A.H. (1980). Stability of Three-Dimensional Boundary Layers, *AIAA J.*, **18**, 406.

[22] Lekoudis, S. (1980). Stability of the Boundary Layer on a Swept Wing with Wall Cooling, *AIAA J.*, **18**, 1029.

[23] Mack, L.M. (1982). Compressible Boundary-Layer Stability Calculations for Sweptback Wings with Suction, *AIAA J.*, **20**, 363.

[24] Cebeci, T., Egan, D.A. (1988). Prediction of Transition Due to Isolated Roughness, *AIAA J.*, **27**, 870.

[25] Mack, L.M. (1975). Linear Stability and the Problem of Supersonic Boundary Layer Transition, *AIAA J.*, **13**, 278.

[26] Mack, L.M. (1984). *Boundary Layer Stability Theory*, AGARD Rept. No. 709, *Special Course on Stability and Transition of Laminar Flow.*

[27] Reshotko, E. (1976). Boundary-Layer Stability and Transition, *Annual Review of Fluid Mechanics (M. Van Dyke, W.G. Vicenti, G.V. Wehausen, eds.)*, **8**, 311, Annual Reviews, Palo Alto.

[28] Arnal, D., Juillen, J.C. (1990). Leading-Edge Contamination and Relaminarization on Swept Wings at Incidence, in *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamics Flows IV* (T. Cebeci, ed.), 391, Springer-Verlag, Berlin.

[29] El-Hady, N.M., Verma, A.M. (1984). Görtler Instability of Compressible Boundary Layers, *AIAA J.*, **22**, 10, 1354.

[30] Nayfeh, A.H., Bozatli, A.N. (1979). Secondary Instability in Boundary Layer Flows, *Phys. Fluids*, **22**, 5, 805.

[31] Herbert, T. (1988). Onset of Transition in Boundary Layers, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, **8**, 1151.

[32] Murdock, J.W. (1977). A Numerical Study of Nonlinear Effects on Boundary-Layer Stability, *AIAA J.*, **15**, 8, 67.

[33] Fasel, H.F., Rist, U. (1989). Numerical Simulation of Later Stages of Transition in a Growing Boundary Layer, *The Fourth Asian Congress of Fluid Mechanics*, F195, Hong Kong.

[34] Cebeci, T., Stewartson, K. (1980). On Stability and Transition in Three-Dimensional Flows, *AIAA J.*, **18**, 398.

[35] Gaster, M. (1962). A Note on a Relation Between Temporally Increasing and Spatially Increasing Disturbances in Hydrodynamic Stability., *J. Fluid Mech.*, **14**, 222.

[36] Malik, M.R., Orszag, S.A. (1981). Efficient Computation of the Stability of Three-Dimensional Compressible Boundary-Layers, *AIAA*-**81**-1277, AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, California.

[37] Malik, M.R. (1982). Finite Difference Solution of the Compressible Stability Eigenvalue Problem, *NASA CR*-3584.

[38] Malik, M.R., Orszag, S.A. (1980). Comparison of Methods for Prediction of Transition by Stability Analysis, *AIAA J.*, **18**, 1485.

[39] Harvey, W.D., Harris, C.D., Brooks, C.W. Jr. (1990). Experimental Transition and Boundary Layer Stability Analysis for a Slotted Swept Laminar Flow Control Airfoil, in *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamics Flows IV* (T. Cebeci, ed.), 373, Springer-Verlag, Berlin.

[40] De Bruin, A.C. (1990). COSALX - A Method for linear Stability Analysis of Three-Dimensional Compressible Boundary Layers, NLR TR 90130L.

[41] De Bruin, A.C. (1990). Provisional Issue for COSALX Workshop, COSALX Workshop, NLR, Noordoostpolder.

[42] Kaups, K., Cebeci, T. (1977). Compressible Laminar Boundary Layers with Suction on Swept and Tapered Wings, *J. Aircraft*, **14**, 661.

[43] Cebeci, T., Bradshaw, P. (1977). *Momentum Transfer in Boundary Layers*, Hemisphere Publ. Corp.

[44] Cebeci, T., Smith, A.M.O. (1974). *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press, New York.

Participa no desenvolvimento das comunicações

Se o teu projecto de carreira como Engenheiro de Telecomunicações e Electrónica e de Sistemas e Computadores, se cruza com a área das radiocomunicações – gestão do espectro radioeléctrico, homologação de equipamentos e licenciamento de estações, compatibilidade electromagnética, propagação radioeléctrica – se te interessas pelos aspectos normalizadores de aprovação, especificações e condições técnicas de materiais, equipamentos, projectos e infraestruturas de comunicações, se gostas de acompanhar o desenvolvimento em matéria de comunicações internacionais, a liberalização e regulação do mundo das comunicações, programas da I&D e de oportunidades industriais... então é porque o teu horizonte profissional se pode concretizar numa organização que tem tudo isto.
Contacta-nos.

ICP

Instituto das Comunicações de Portugal

Departamento de Pessoal

Av. José Malhoa
Lt. 1683 — 1000 LISBOA
Tel. 351 1 726 92 23
Telex 66325 ICP P
Fax 351 1 726 37 43

Rua Dr. Alves da Veiga
n.º 169-r/c — 4000 PORTO
Tel. 351 2 56 47 02
Telex 22711 CFRN P
Fax 351 2 58 04 10

Alto do Paimão
Barcarena
2745 QUELUZ
Tel. 351 1 435 13 01
Telex 12627 CFRS P
Fax 351 1 435 13 32

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
1911-1991

COMEMORAÇÕES DOS 80 ANOS

CERIMÓNIA DE ANIVERSÁRIO - SESSÃO SOLENE DE 24 DE MAIO DE 1991

SEMANA PEDAGÓGICA - 18 A 22 DE MARÇO DE 1991
SEMANA DA COOPERAÇÃO - 6 A 10 DE MAIO DE 1991
SEMANAS I. S. T. - EMPRESAS
2.ª SEMANA DE ENGENHARIA AUTOMÓVEL - 11 A 15 DE NOVEMBRO
CONGRESSOS E SEMINÁRIOS EM DIVERSAS ÁREAS DE INOVAÇÃO TECNOLÓGICA
ACTIVIDADES DEPARTAMENTAIS
SEMANAS DE DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

ACTIVIDADES CULTURAIS

Exposição e Concurso de Pintura
Recital de Piano
Concerto de Música Rock

CERIMÓNIA DE ENCERRAMENTO - SESSÃO SOLENE 13 DE NOVEMBRO DE 1991

A Comemoração dos 80 Anos do I.S.T. é assinalada pelo lançamento de:

Medalha Comemorativa
Vídeo sobre o I.S.T.
Publicações sobre o I.S.T.
Número Especial da Revista Técnica
Suplemento Especial de «O Expresso»
Logotipo 80 Anos do I.S.T.

1911 - 1991
80 anos

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO